

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

Układ graficzny © CKE 2013

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

*miejsce
na naklejkę*

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 24 strony (zadania 1–11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



UZUPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

- | | |
|--------------------------|-----------------------------------|
| ☐ | dostosowania kryteriów oceniania |
| ☐ | nieprzenoszenia zaznażeń na kartę |

9 MAJA 2019

**Godzina rozpoczęcia:
9:00**

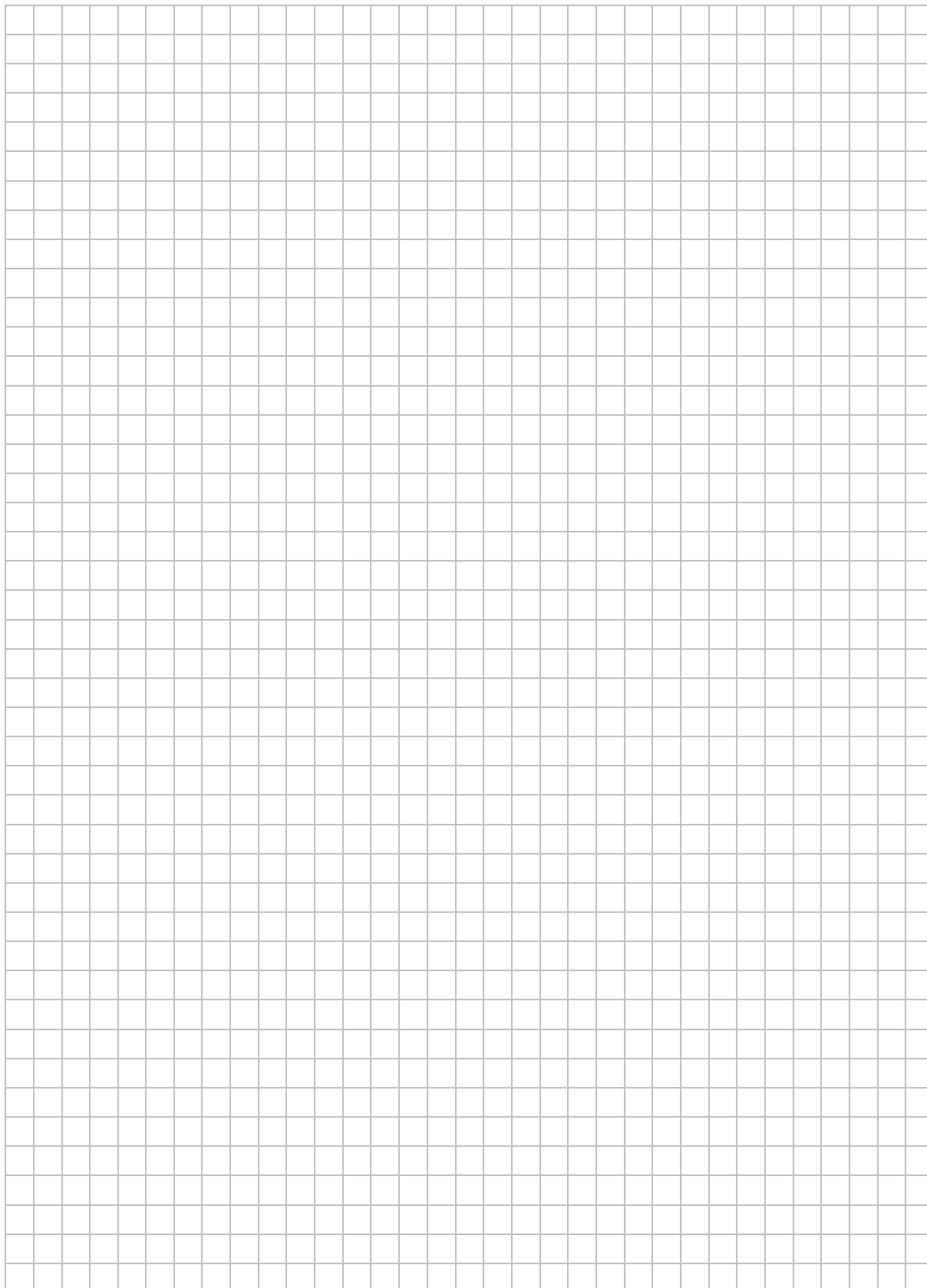
**Czas pracy:
180 minut**

**Liczba punktów
do uzyskania: 50**

MMA-R1_1P-192

Zadanie 1. (5 pkt)

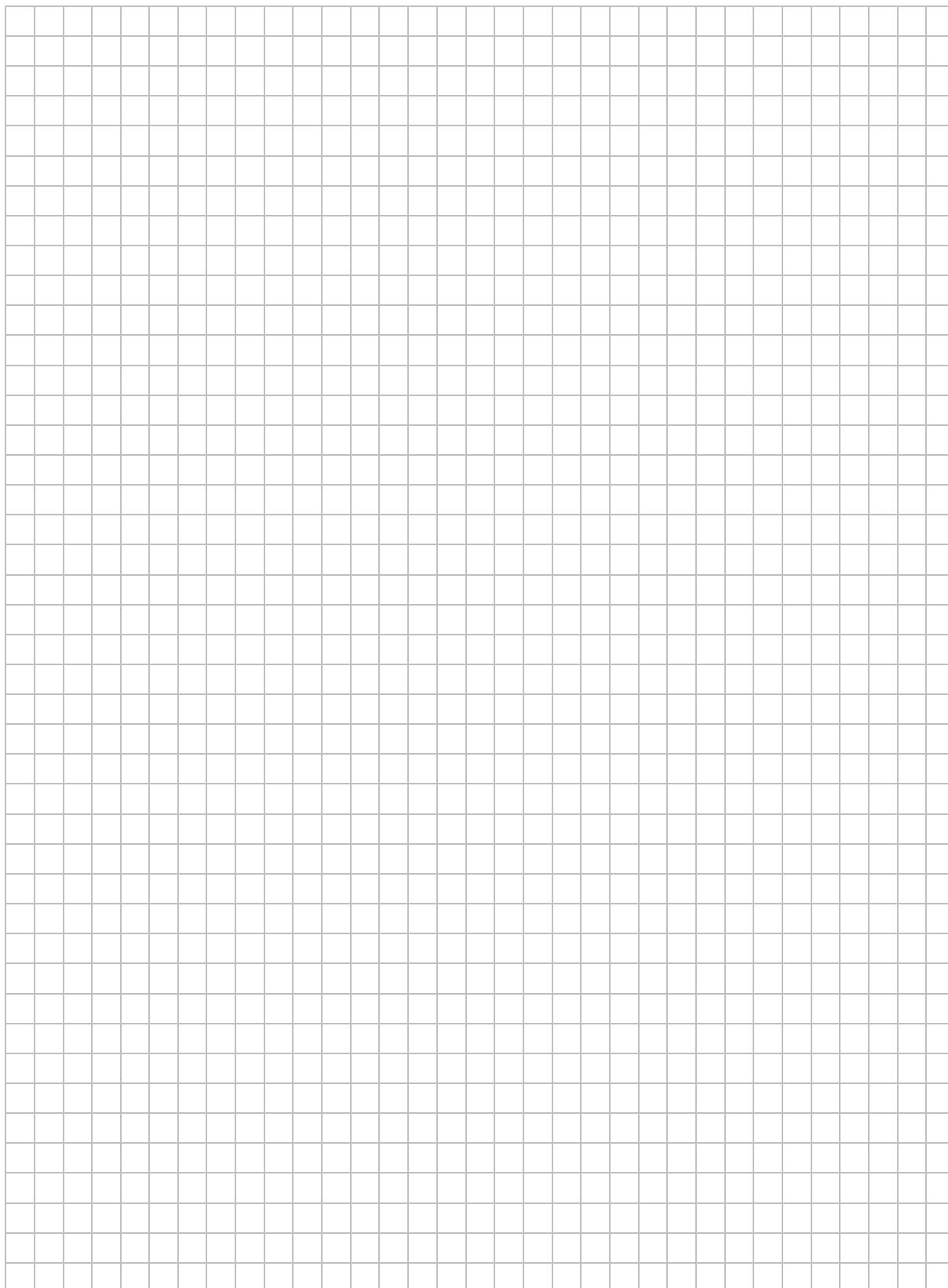
Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{|x+2|}{x+2} - x + 3|x-1|$, dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq -2$. Wyznacz zbiór wartości tej funkcji.



Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 2. (3 pkt)

Udowodnij, że dla dowolnych dodatnich liczb rzeczywistych x i y , takich że $x < y$, i dowolnej dodatniej liczby rzeczywistej a prawdziwa jest nierówność $\frac{x+a}{y+a} + \frac{y}{x} > 2$.

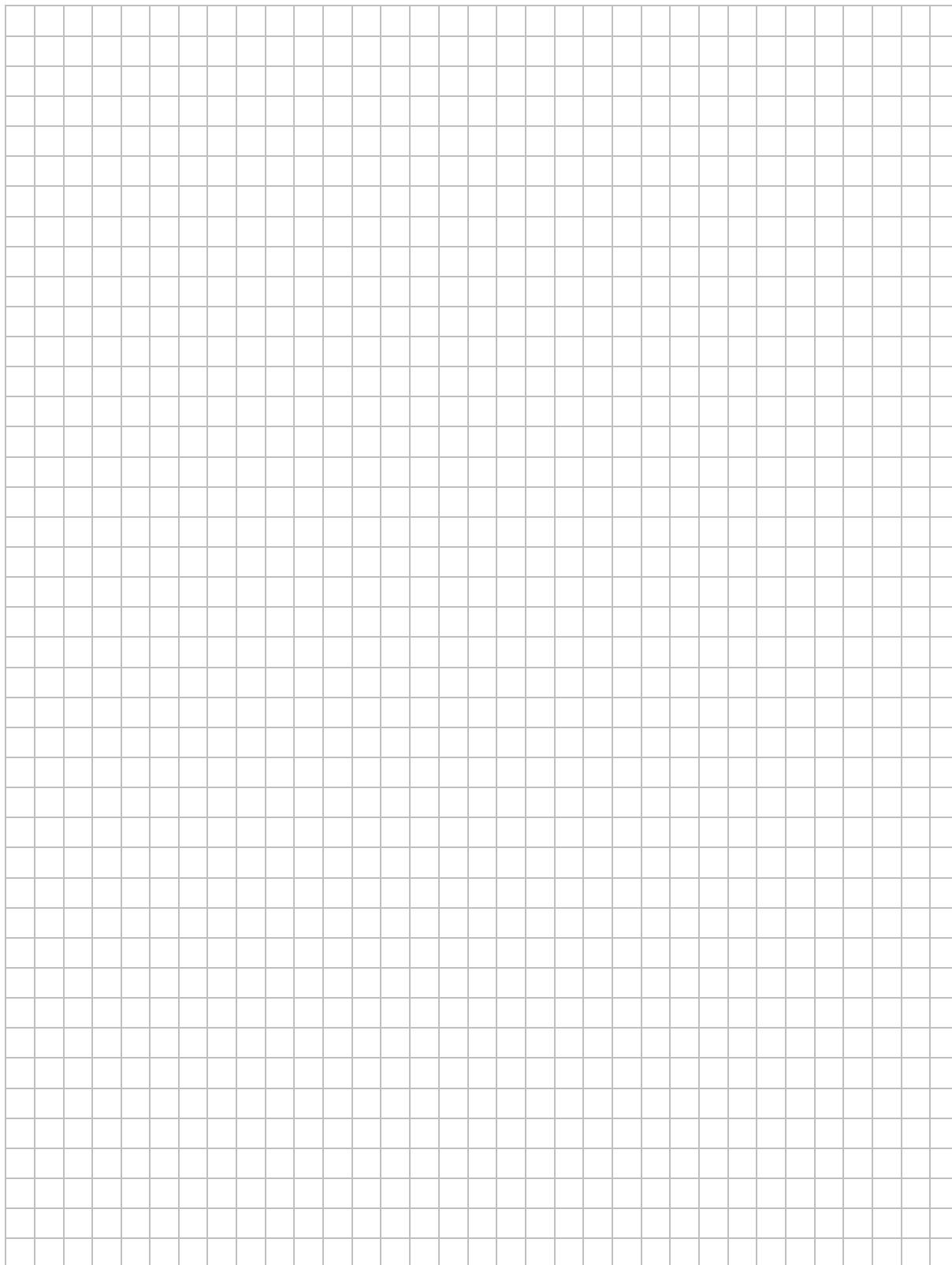


This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	2.
	Maks. liczba pkt	3
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 3. (3 pkt)

Dany jest trójkąt równoramienny ABC , w którym $|AC| = |BC|$. Na ramieniu AC tego trójkąta wybrano punkt M ($M \neq A$ i $M \neq C$), a na ramieniu BC wybrano punkt N , w taki sposób, że $|AM| = |CN|$. Przez punkty M i N poprowadzono proste prostopadłe do podstawy AB tego trójkąta, które wyznaczają na niej punkty S i T . Udowodnij, że $|ST| = \frac{1}{2}|AB|$.

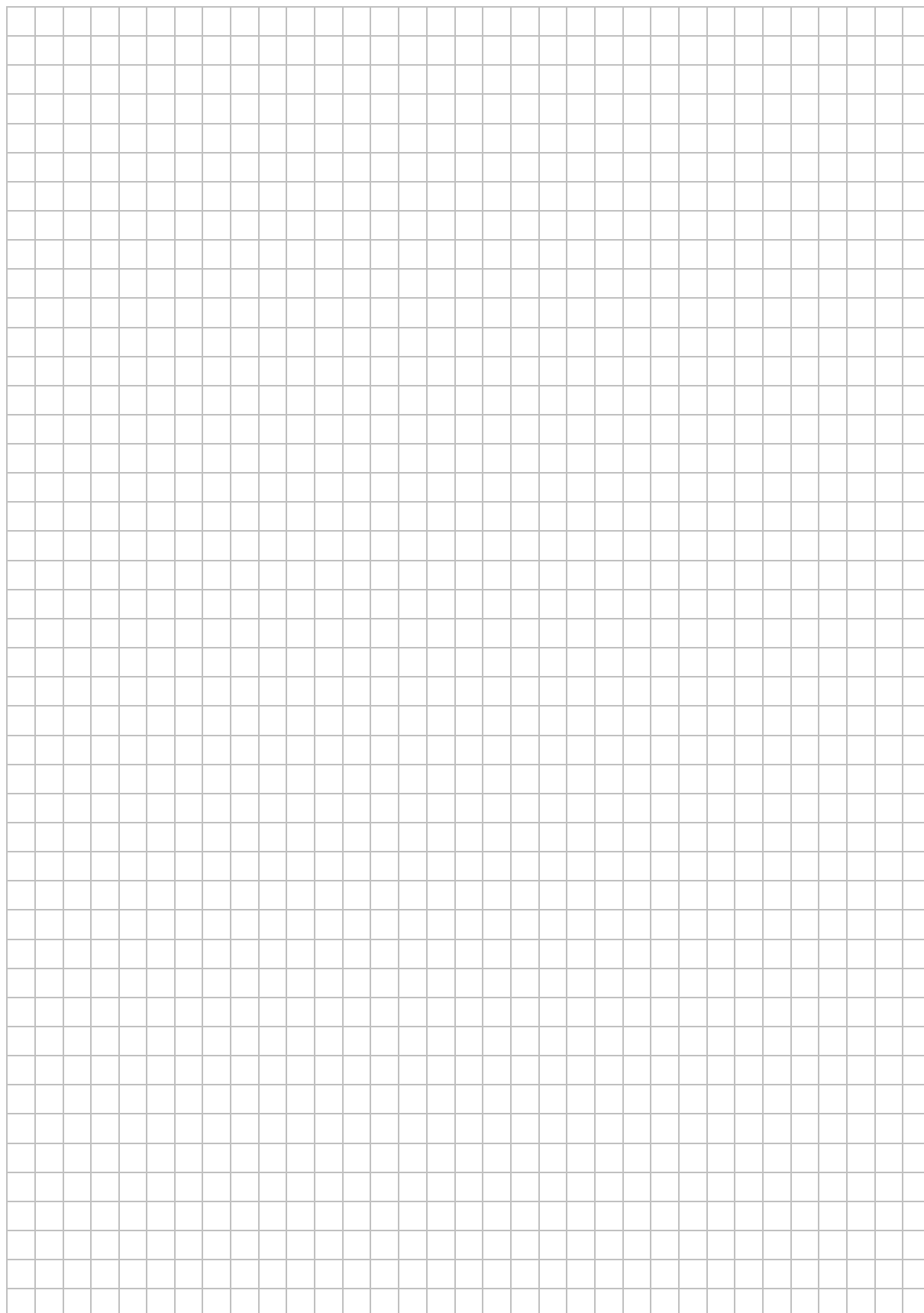


This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.Strona 7 z 24

Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 4. (5 pkt)

Ciąg (a, b, c) jest geometryczny, ciąg $(a + 1, b + 5, c)$ jest malejącym ciągiem arytmetycznym oraz $a + b + c = 39$. Oblicz a, b, c .

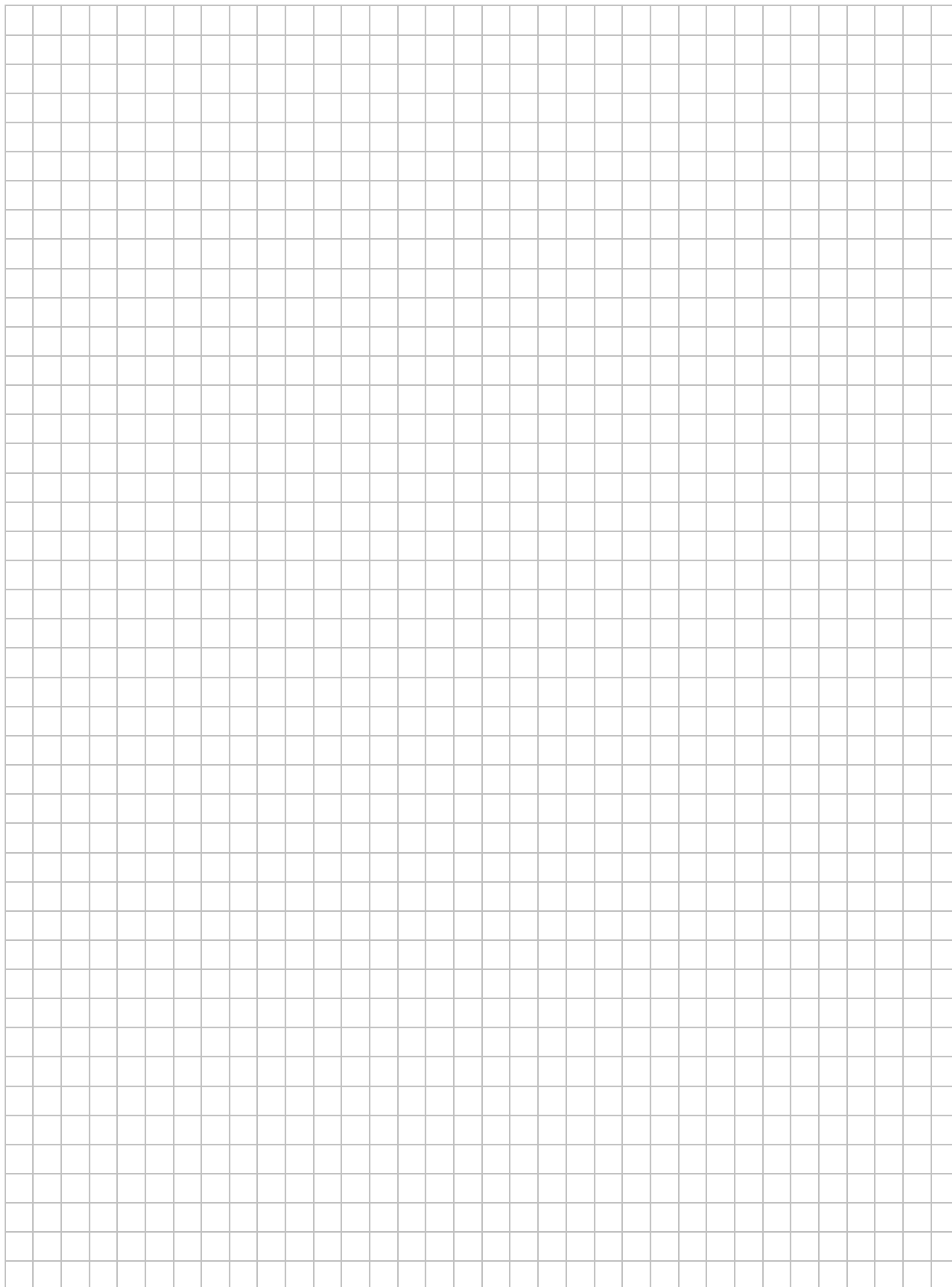


This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	4.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 5. (6 pkt)

Dane są okręgi o równaniach $x^2 + y^2 - 12x - 8y + 43 = 0$ i $x^2 + y^2 - 2ax + 4y + a^2 - 77 = 0$. Wyznacz wszystkie wartości parametru a , dla których te okręgi mają dokładnie jeden punkt wspólny. Rozważ wszystkie przypadki.



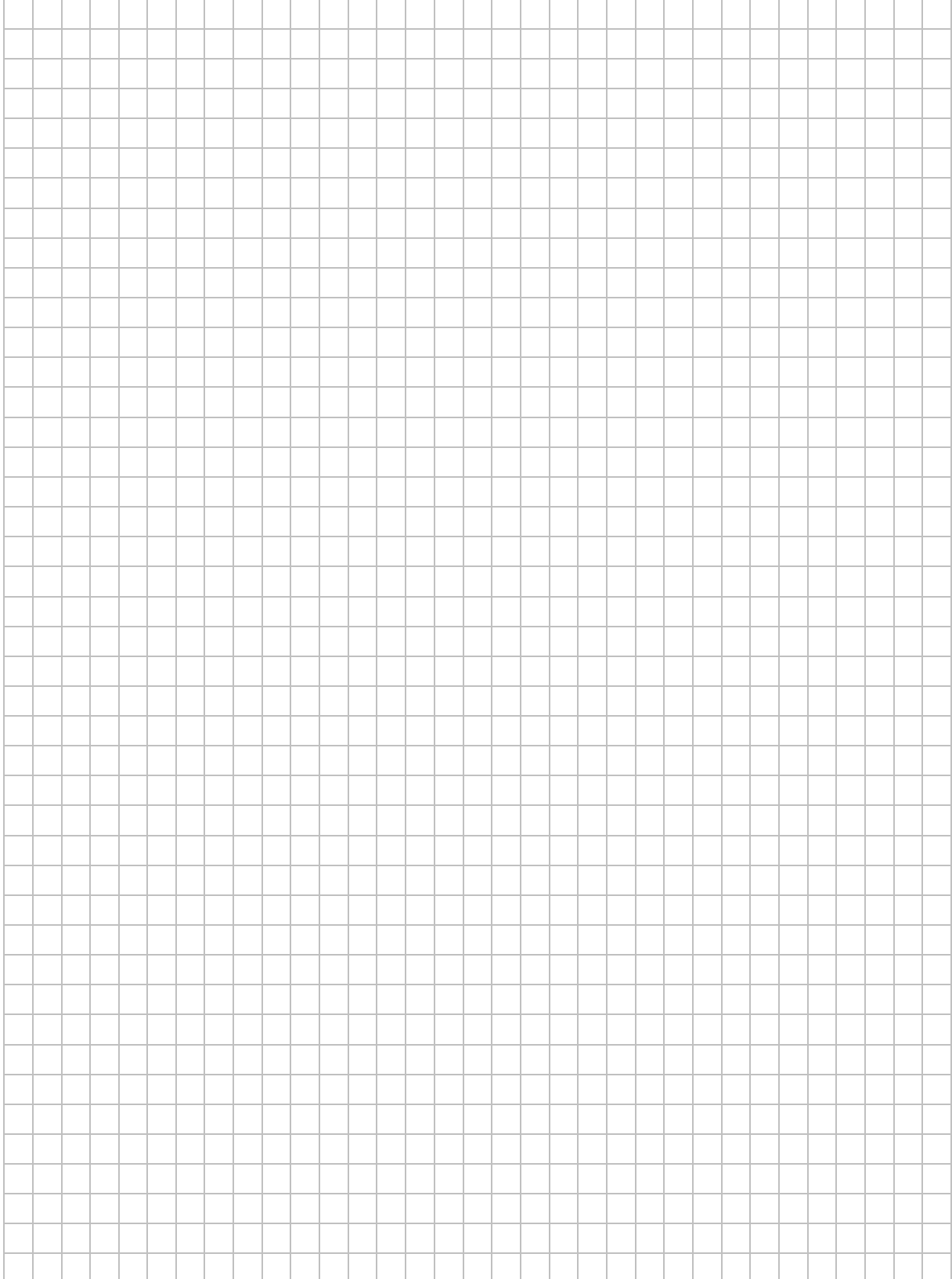
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	5.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

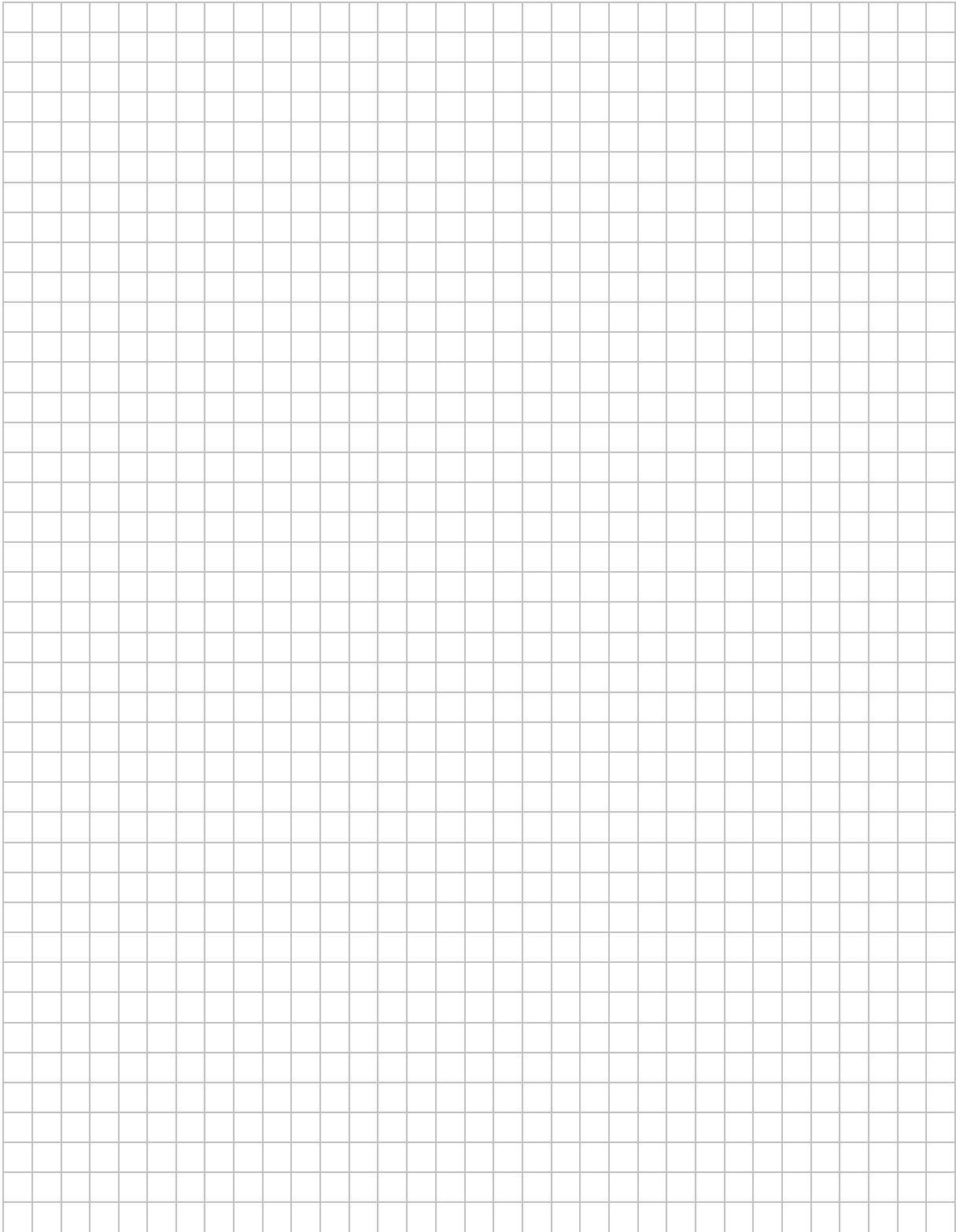
Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 6. (5 pkt)

Wielomian określony wzorem $W(x) = 2x^3 + (m^3 + 2)x^2 - 11x - 2(2m + 1)$ jest podzielny przez dwumian $(x - 2)$ oraz przy dzieleniu przez dwumian $(x + 1)$ daje resztę 6. Oblicz m oraz pierwiastki wielomianu W dla wyznaczonej wartości m .



Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

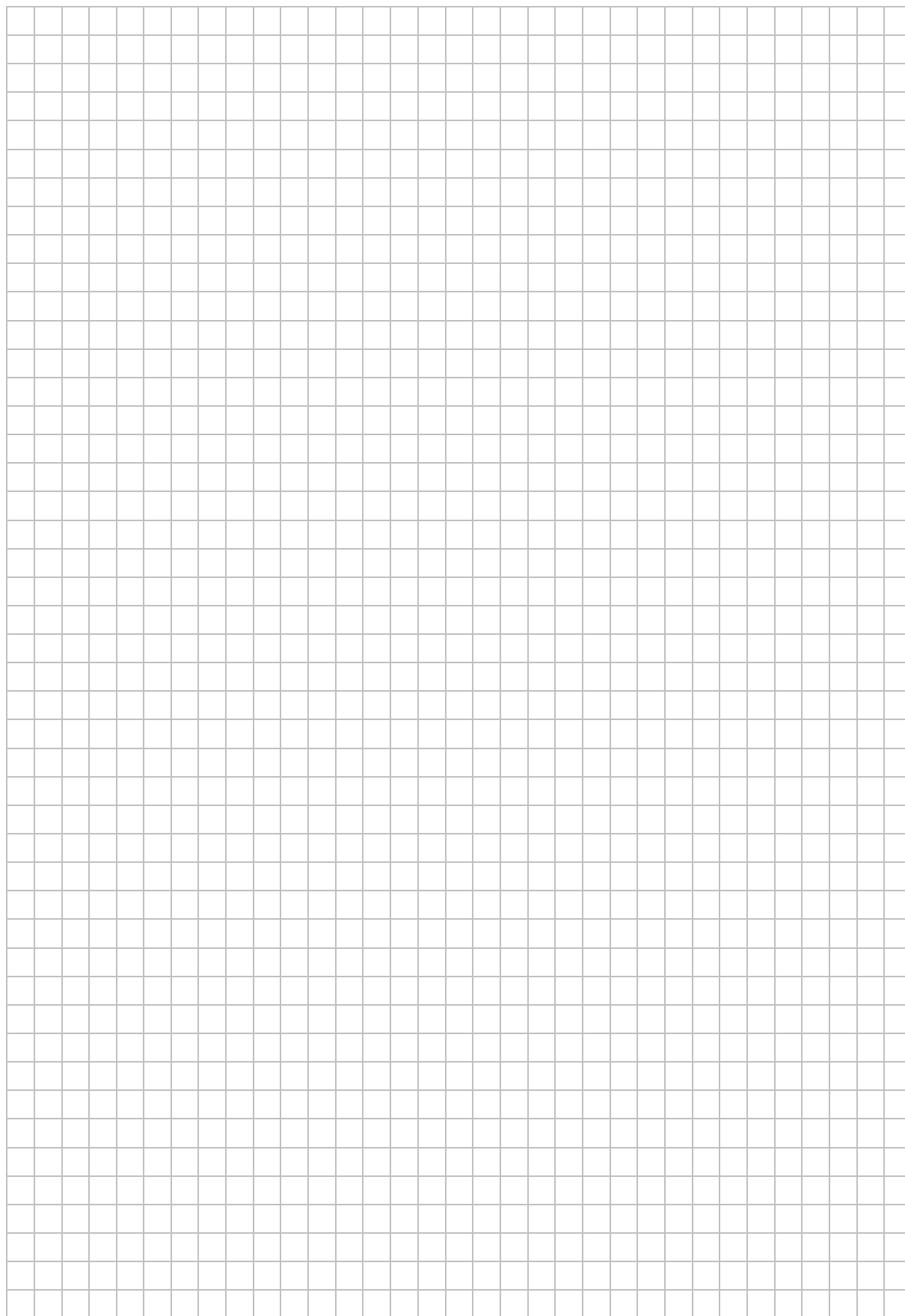


Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	6.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 7. (4 pkt)

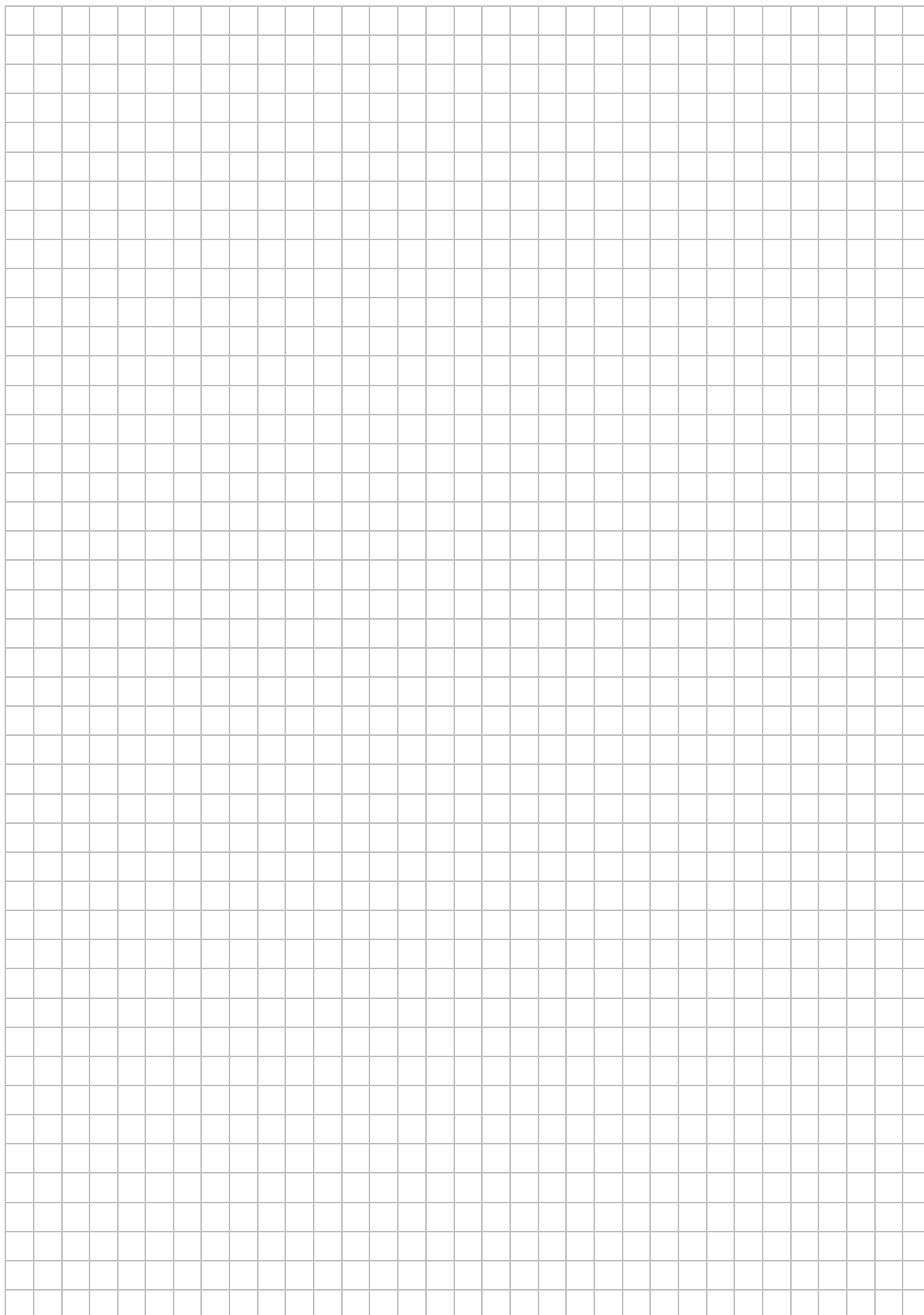
Rozwiąż równanie $\cos 2x = \sin x + 1$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.



Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 8. (4 pkt)

Punkt D leży na boku AB trójkąta ABC oraz $|AC|=16$, $|AD|=6$, $|CD|=14$ i $|BC|=|BD|$.
Oblicz obwód trójkąta ABC .



This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	8.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

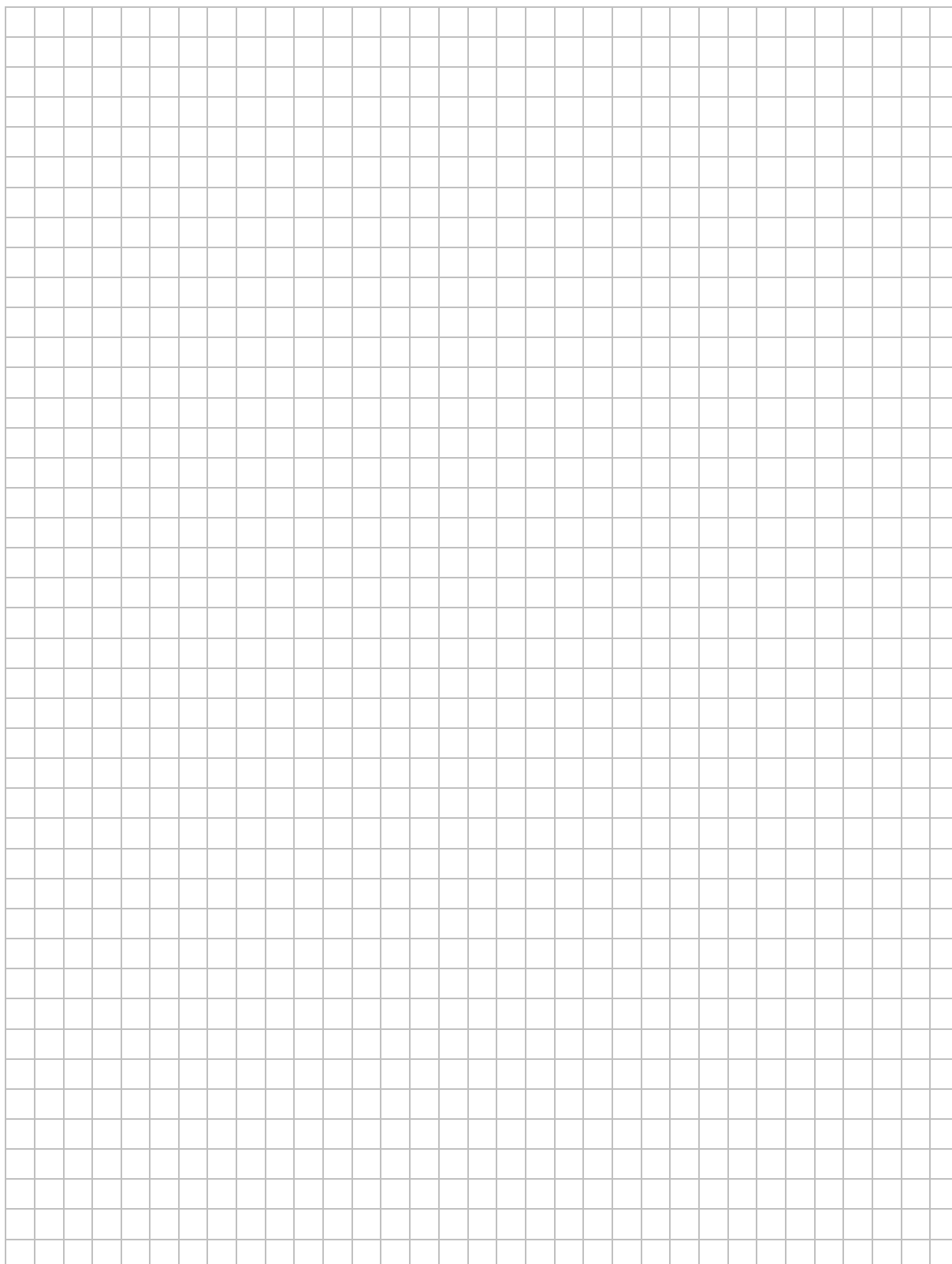
Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 9. (6 pkt)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których funkcja kwadratowa f określona wzorem

$$f(x) = (2m+1)x^2 + (m+2)x + m - 3$$

ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2 spełniające warunek $(x_1 - x_2)^2 + 5x_1x_2 \geq 1$.



This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

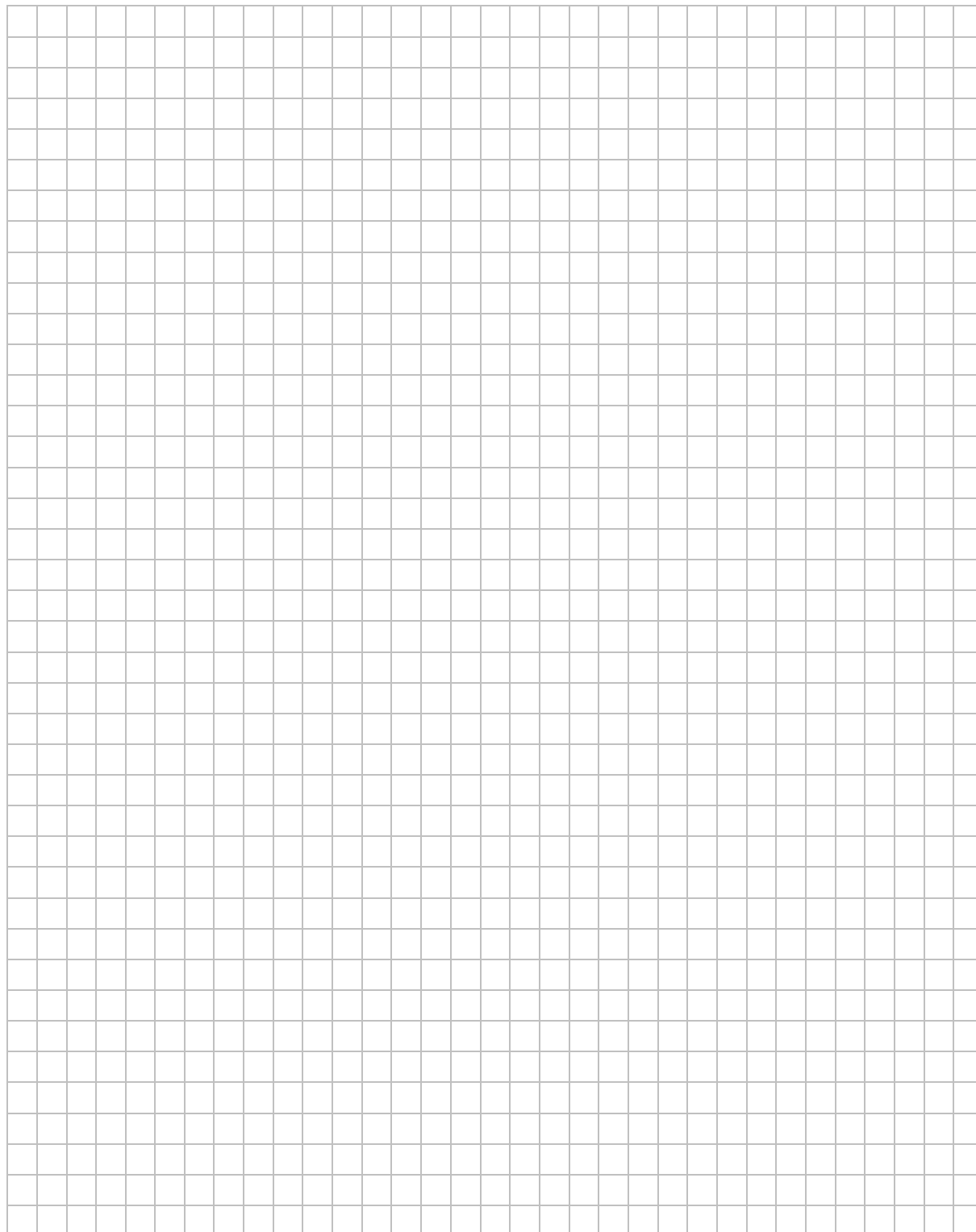
Wypełnia egzaminator	Nr zadania	9.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 10. (3 pkt)

Ze zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ losujemy kolejno ze zwracaniem trzy liczby. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że dokładnie dwie spośród trzech wylosowanych liczb będą równe. Wynik zapisz w postaci ułamka nieskracalnego.

Zadanie 11. (6 pkt)

Podstawą ostrosłupa $ABCDS$ jest prostokąt $ABCD$, którego boki mają długości $|AB| = 32$ i $|BC| = 18$. Ściany boczne ABS i CDS są trójkątami przystającymi i każda z nich jest nachylona do płaszczyzny podstawy ostrosłupa pod kątem α . Ściany boczne BCS i ADS są trójkątami przystającymi i każda z nich jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem β . Miary kątów α i β spełniają warunek: $\alpha + \beta = 90^\circ$. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa.



This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	11.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)