

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

Układ graficzny © CKE 2013

### UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

**KOD**

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|

**PESEL**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

*miejsce  
na naklejkę*

## EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

### POZIOM ROZSZERZONY

#### Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 20 stron (zadania 1–11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



### UZUPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

- |                          |                                    |
|--------------------------|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | dostosowania kryteriów oceniania   |
| <input type="checkbox"/> | nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę |

**5 CZERWCA 2018**

**Godzina rozpoczęcia:  
14:00**

**Czas pracy:  
180 minut**

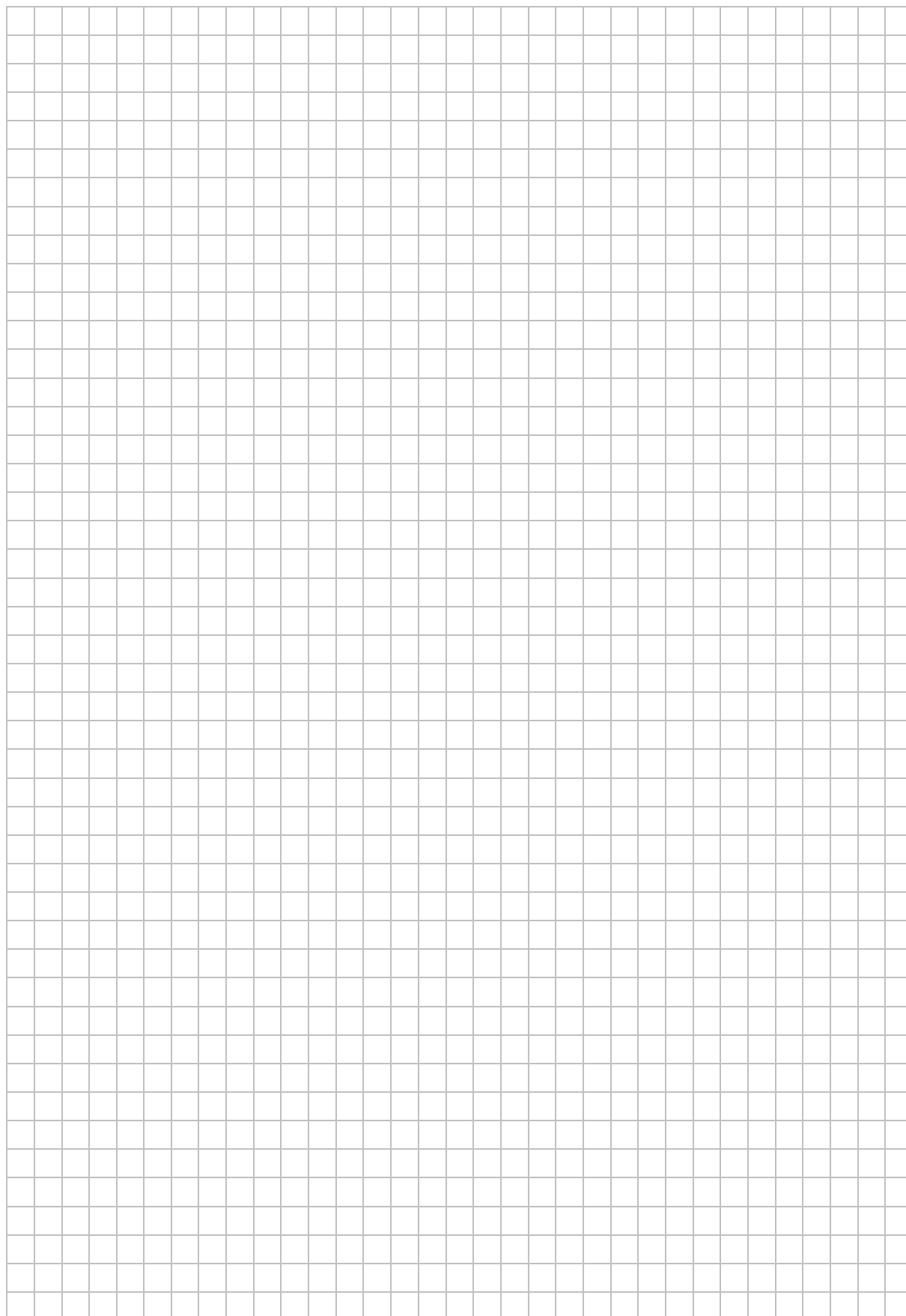
**Liczba punktów  
do uzyskania: 50**

MMA-R1\_1P-183

*Egzamin maturalny z matematyki*  
*Poziom rozszerzony*

**Zadanie 1. (4 pkt)**

Rozwiąż nierówność  $|2x - 1| + x \leq 5 + |x + 5|$ .



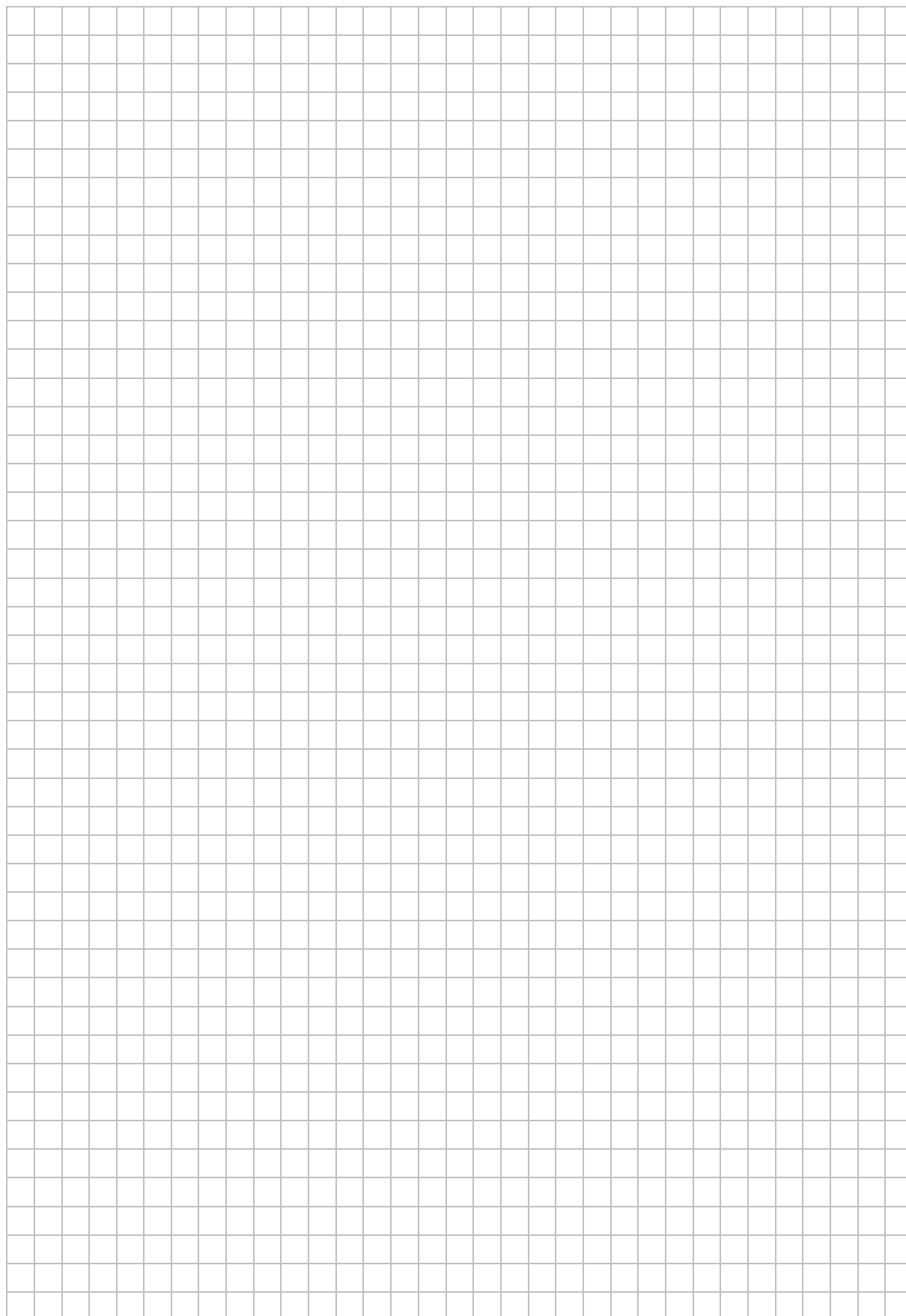
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

|                                 |                            |           |
|---------------------------------|----------------------------|-----------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>1.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>4</b>  |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |           |

*Egzamin maturalny z matematyki*  
*Poziom rozszerzony*

**Zadanie 2. (5 pkt)**

Rozwiąż równanie  $4\sin x \cdot \cos^2 x - 1 = 2\sin 2x - \cos x$  w przedziale  $(0, 2\pi)$ .

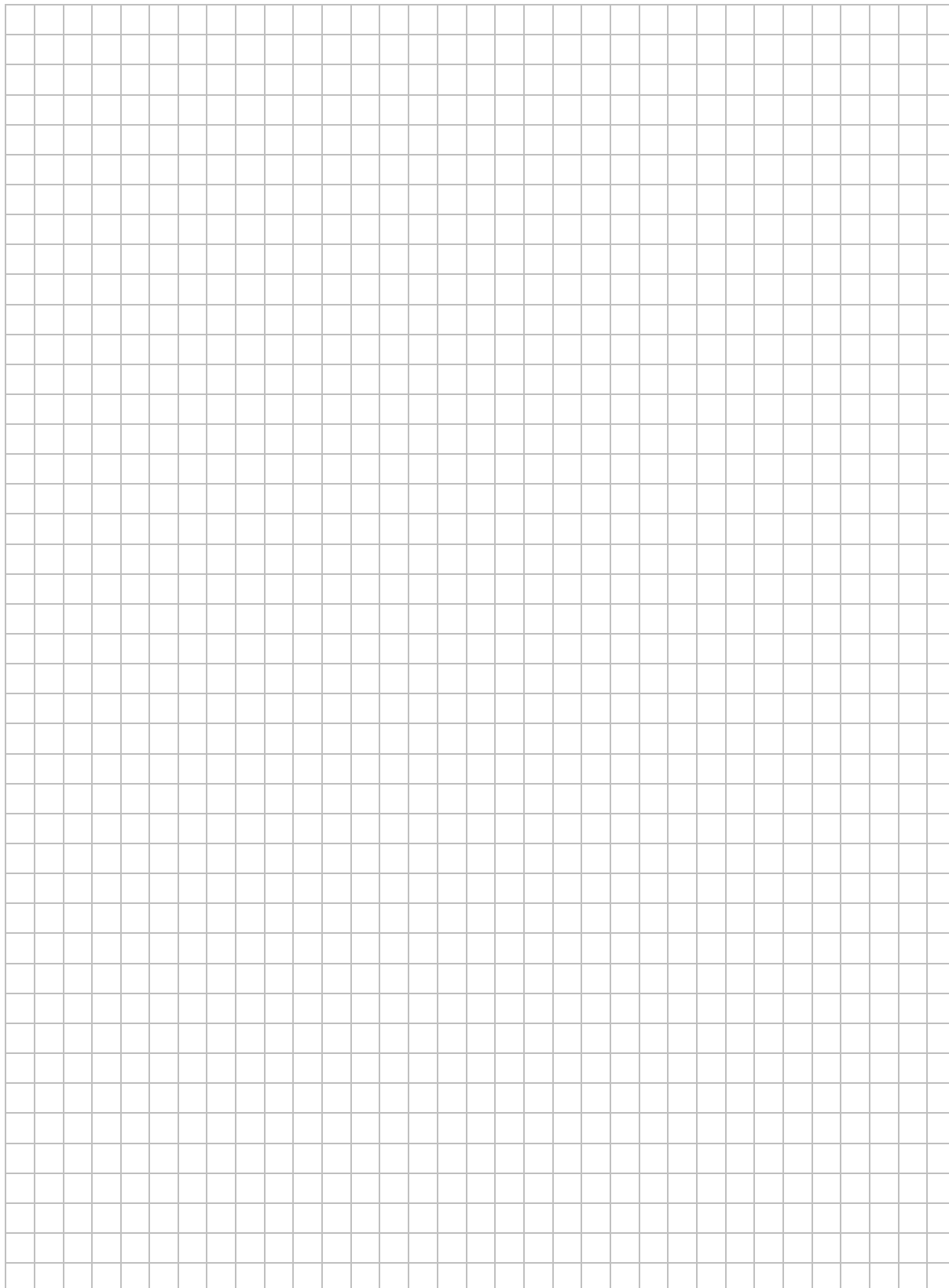


This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

|                                 |                            |           |
|---------------------------------|----------------------------|-----------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>2.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>5</b>  |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |           |

**Zadanie 3. (5 pkt)**

Podstawą ostrosłupa prawidłowego  $ABCDS$  jest kwadrat  $ABCD$ . Punkt  $M$  jest środkiem odcinka  $AB$ , a punkt  $N$  jest środkiem odcinka  $BC$ . Trójkąt  $MNS$  jest równoboczny i jego bok ma długość  $m$ . Oblicz objętość ostrosłupa  $ABCDS$  i kąt nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa.

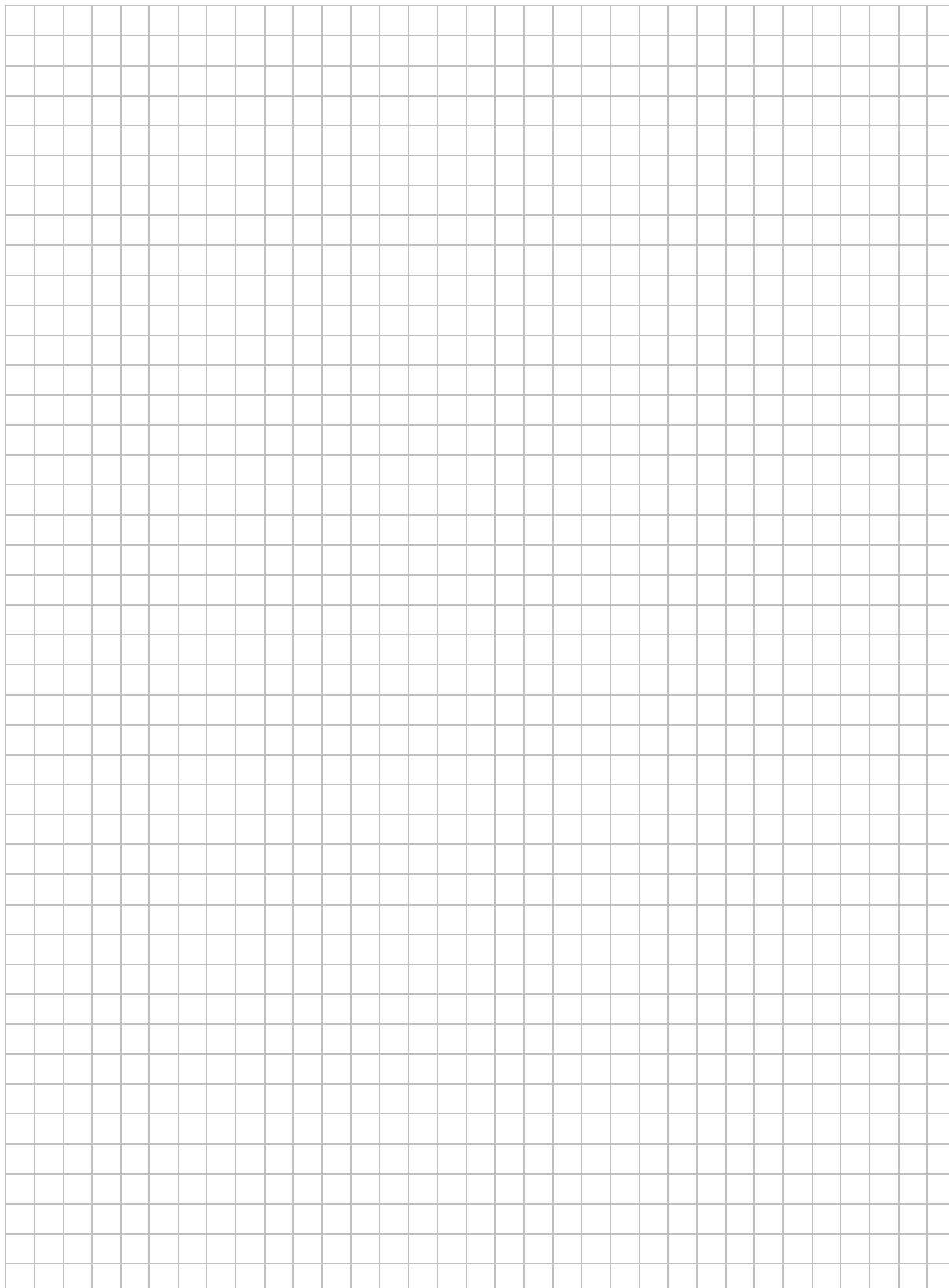


This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

|                                 |                            |           |
|---------------------------------|----------------------------|-----------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>3.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>5</b>  |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |           |

**Zadanie 4. (4 pkt)**

Dany jest rosnący ciąg geometryczny  $(a, aq, aq^2)$ , którego wszystkie wyrazy i iloraz są liczbami całkowitymi nieparzystymi. Jeśli największy wyraz ciągu zmniejszymy o 4, to otrzymamy ciąg arytmetyczny. Oblicz wyraz  $aq$  tego ciągu.

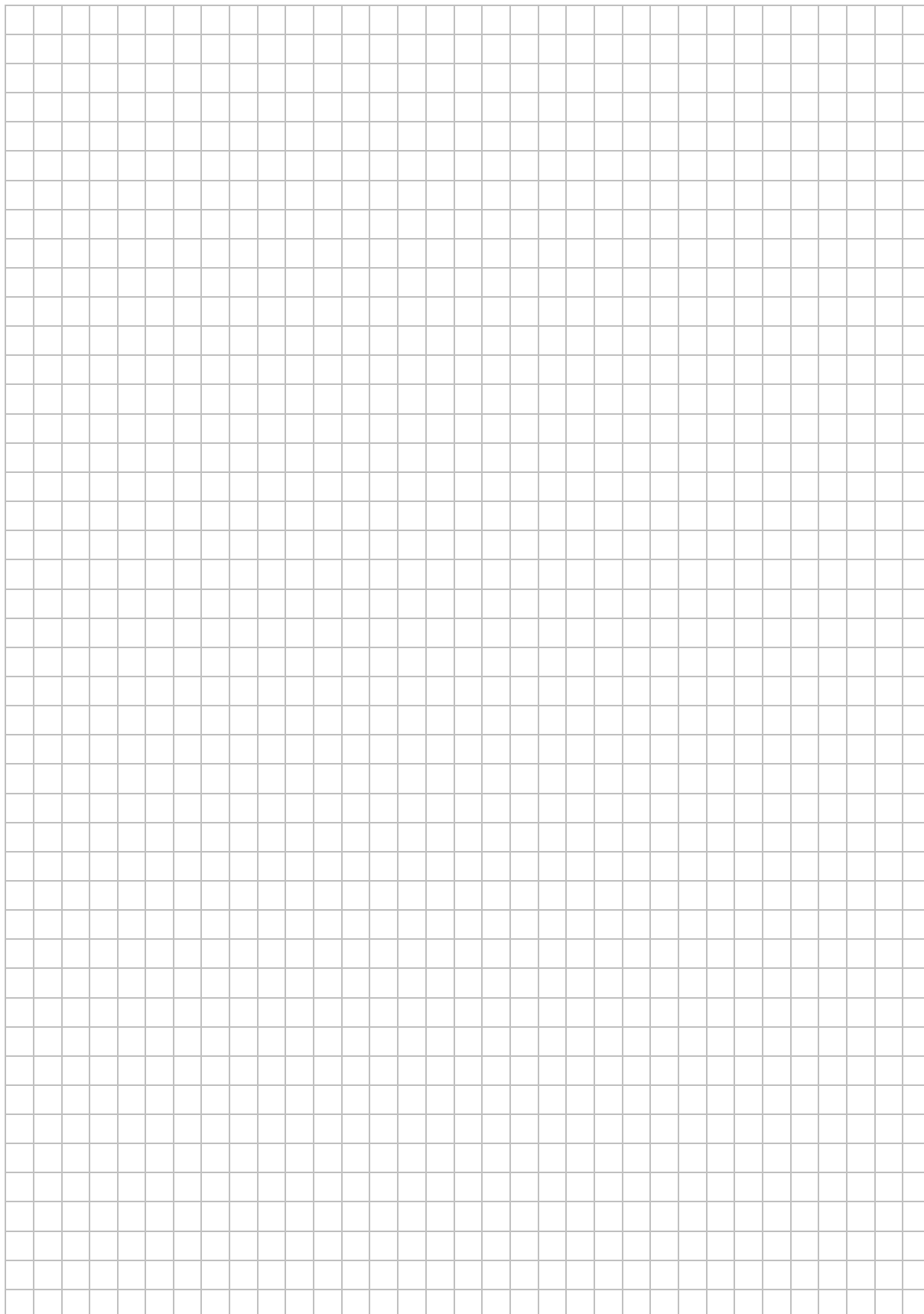


This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

|                                 |                            |           |
|---------------------------------|----------------------------|-----------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>4.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>4</b>  |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |           |

**Zadanie 5. (3 pkt)**

W trójkącie  $ABC$  kąt  $BAC$  jest dwa razy większy od kąta  $ABC$ . Wykaż, że prawdziwa jest równość  $|BC|^2 - |AC|^2 = |AB| \cdot |AC|$ .



*Egzamin maturalny z matematyki*  
*Poziom rozszerzony*

**Zadanie 6. (3 pkt)**

Dodatnie liczby rzeczywiste  $a$  i  $b$  takie, że  $a > b$ , spełniają warunek  $\log_2 \left( \frac{a-b}{3} \right) = \frac{1}{2} (\log_2 a + \log_2 b)$ . Wykaż, że dla liczb  $a$  i  $b$  prawdziwa jest równość  $a^2 + b^2 = 11ab$ .

|                                 |                            |           |           |
|---------------------------------|----------------------------|-----------|-----------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>5.</b> | <b>6.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>3</b>  | <b>3</b>  |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |           |           |

*Egzamin maturalny z matematyki*  
*Poziom rozszerzony*

**Zadanie 7. (4 pkt)**

Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych ośmiocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym występują tylko cyfry ze zbioru  $\{0, 1, 3, 5, 7, 9\}$ , losujemy jedną. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że suma cyfr wylosowanej liczby jest równa 3.

Odpowiedź: .....

*Egzamin maturalny z matematyki*  
*Poziom rozszerzony*

**Zadanie 8. (5 pkt)**

Trapez prostokątny o podstawach  $AB$  i  $CD$  jest opisany na okręgu. Ramię  $BC$  ma długość 10, a ramię  $AD$  jest wysokością trapezu. Podstawa  $AB$  jest 2 razy dłuższa od podstawy  $CD$ . Oblicz pole tego trapezu.

Odpowiedź: .....

|                                 |                            |           |           |
|---------------------------------|----------------------------|-----------|-----------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>7.</b> | <b>8.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>4</b>  | <b>5</b>  |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |           |           |

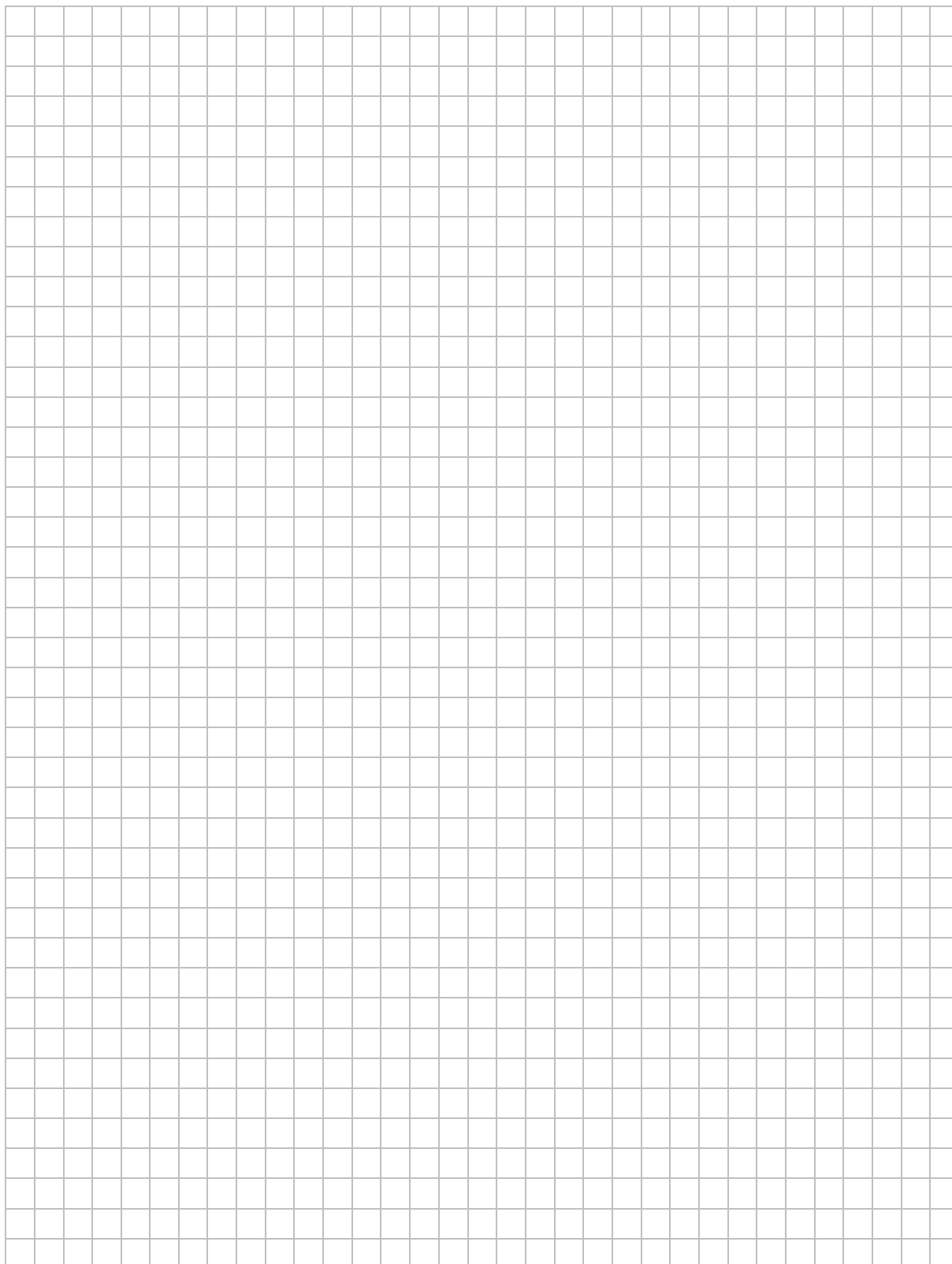
*Egzamin maturalny z matematyki*  
*Poziom rozszerzony*

**Zadanie 9. (6 pkt)**

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których równanie

$$x^2 - 3mx + (m+1)(2m-1) = 0$$

ma dwa różne rozwiązania  $x_1$ ,  $x_2$  spełniające warunki:  $x_1 \cdot x_2 \neq 0$  oraz  $0 < \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \leq \frac{2}{3}$ .



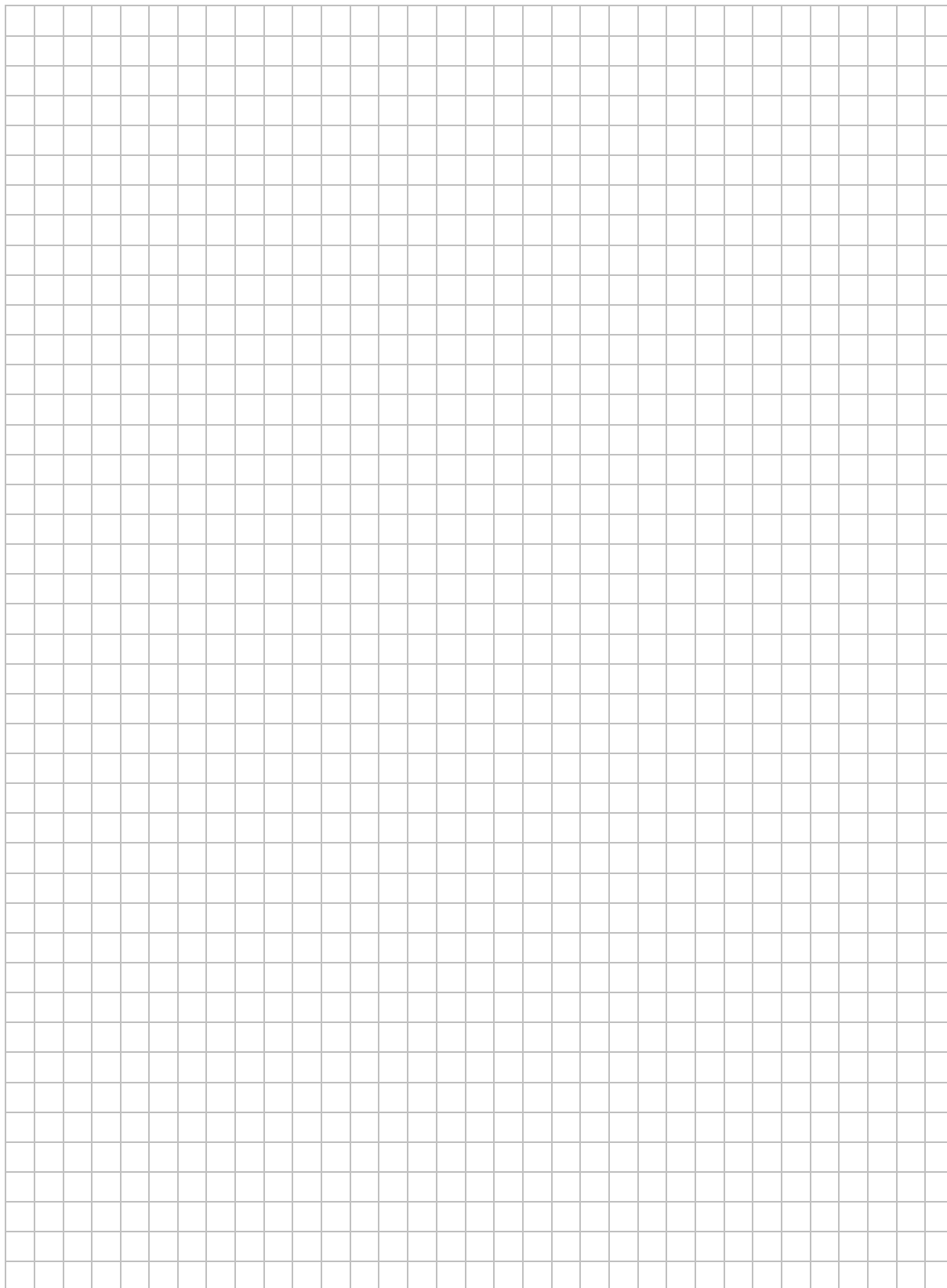
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

|                                 |                            |           |
|---------------------------------|----------------------------|-----------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>9.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>6</b>  |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |           |

*Egzamin maturalny z matematyki*  
*Poziom rozszerzony*

**Zadanie 10. (6 pkt)**

Wielomian  $W(x) = x^3 + cx^2 - 10x + d$  jest podzielny przez dwumian  $P(x) = x + 2$ . Przy dzieleniu wielomianu  $W(x)$  przez dwumian  $Q(x) = x - 1$  otrzymujemy resztę  $(-30)$ . Oblicz pierwiastki wielomianu  $W(x)$  i rozwiąż nierówność  $W(x) \geq 0$ .



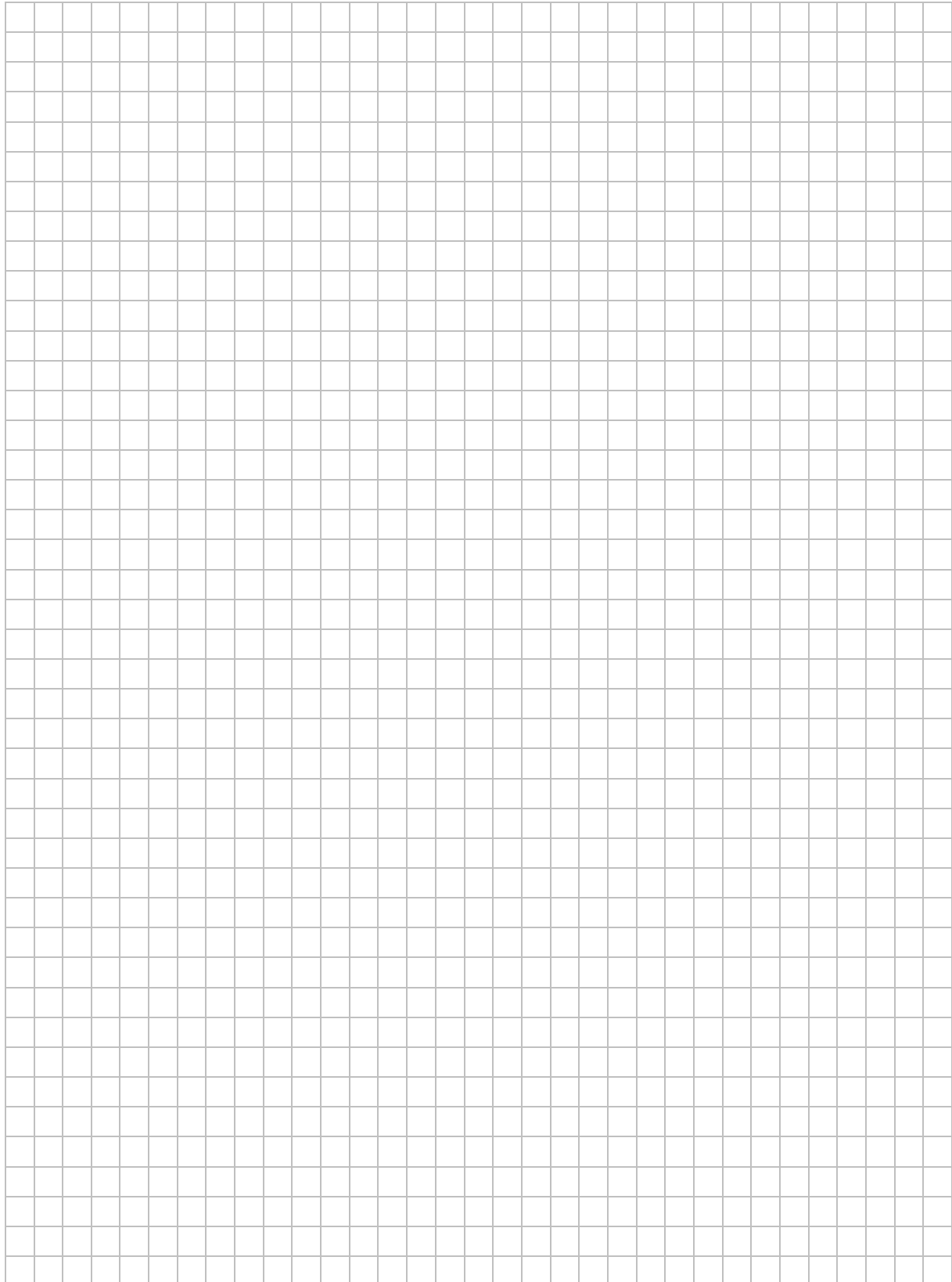
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

|                                 |                            |            |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>10.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>6</b>   |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |            |

*Egzamin maturalny z matematyki*  
*Poziom rozszerzony*

**Zadanie 11. (5 pkt)**

Wierzchołki  $A$  i  $B$  trójkąta prostokątnego  $ABC$  leżą na osi  $Oy$  układu współrzędnych. Okrąg wpisany w ten trójkąt jest styczny do boków  $AB$ ,  $BC$  i  $CA$  w punktach – odpowiednio –  $P = (0, 10)$ ,  $Q = (8, 6)$  i  $R = (9, 13)$ . Oblicz współrzędne wierzchołków  $A$ ,  $B$  i  $C$  tego trójkąta.



This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

|                                 |                            |            |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>11.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>5</b>   |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |            |

**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**