



Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

Układ graficzny © CKE 2013

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

*miejsce
na naklejkę*

☐ dysleksja

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 26 stron (zadania 1–12). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie będziesz mógł dostać pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



3 CZERWCA 2016

**Godzina rozpoczęcia:
14:00**

**Czas pracy:
180 minut**

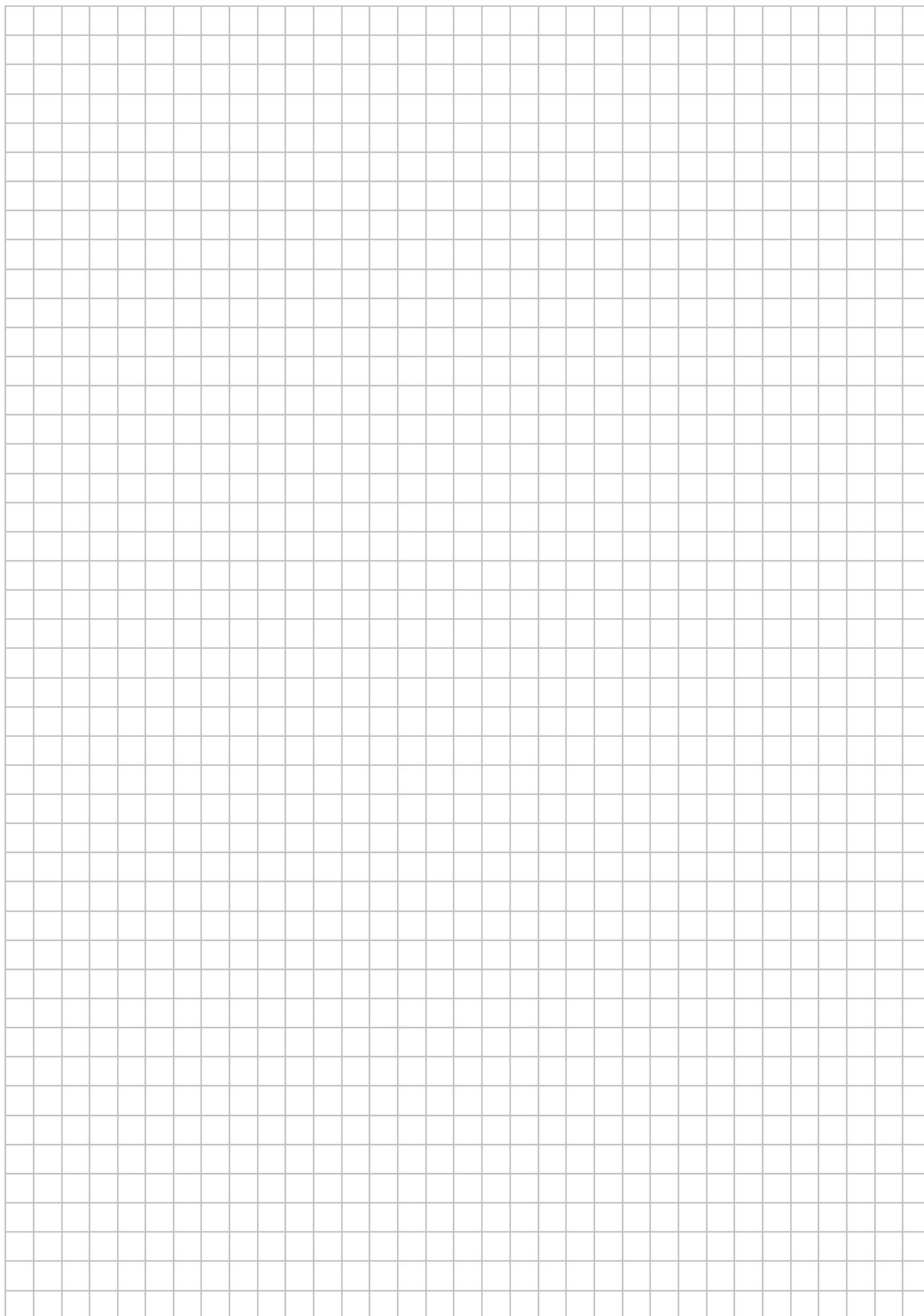
**Liczba punktów
do uzyskania: 50**

MMA-R1_1P-163

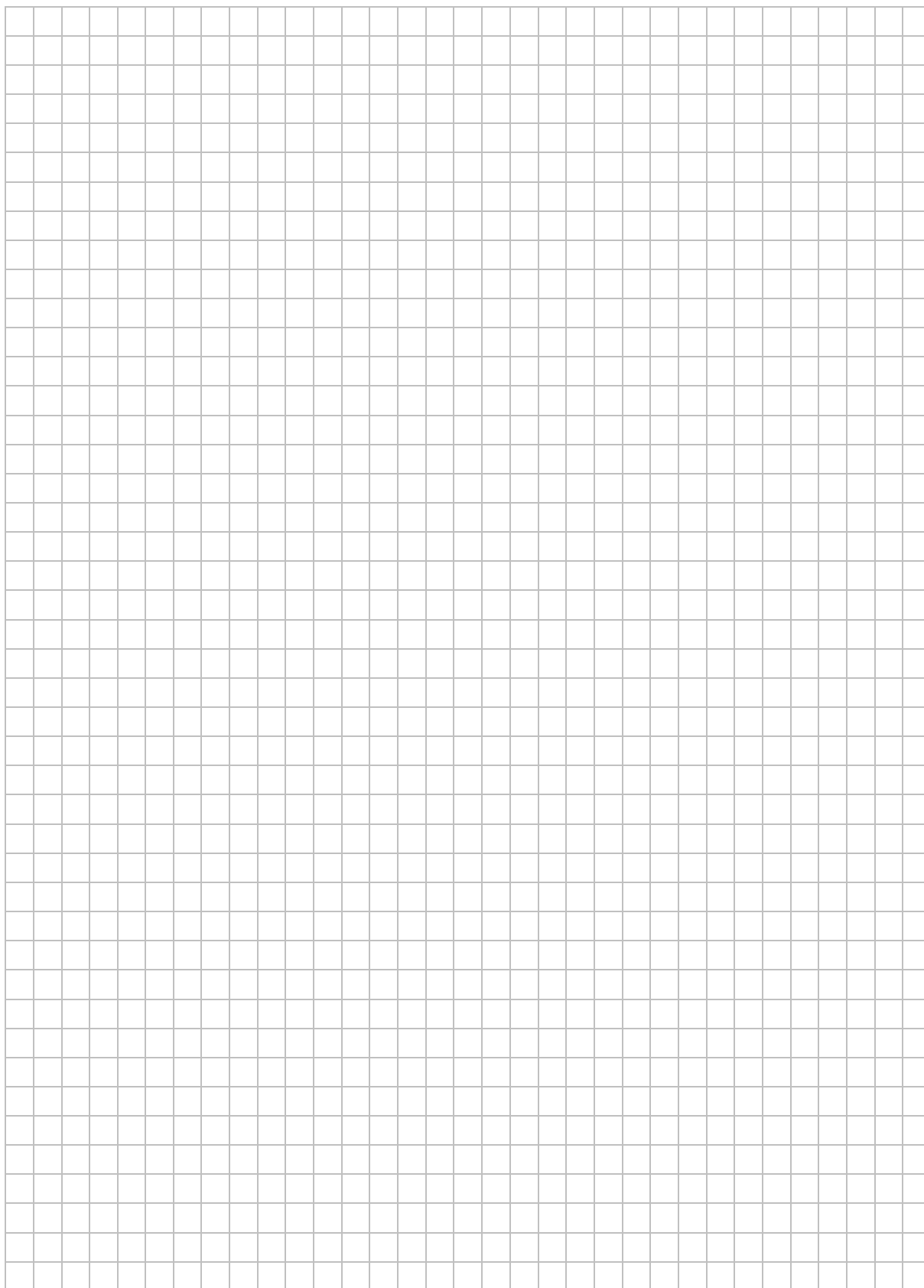
Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 1. (4 pkt)

Rozwiąż nierówność $|x+5|+|x-6|\leq 9-x$.



Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

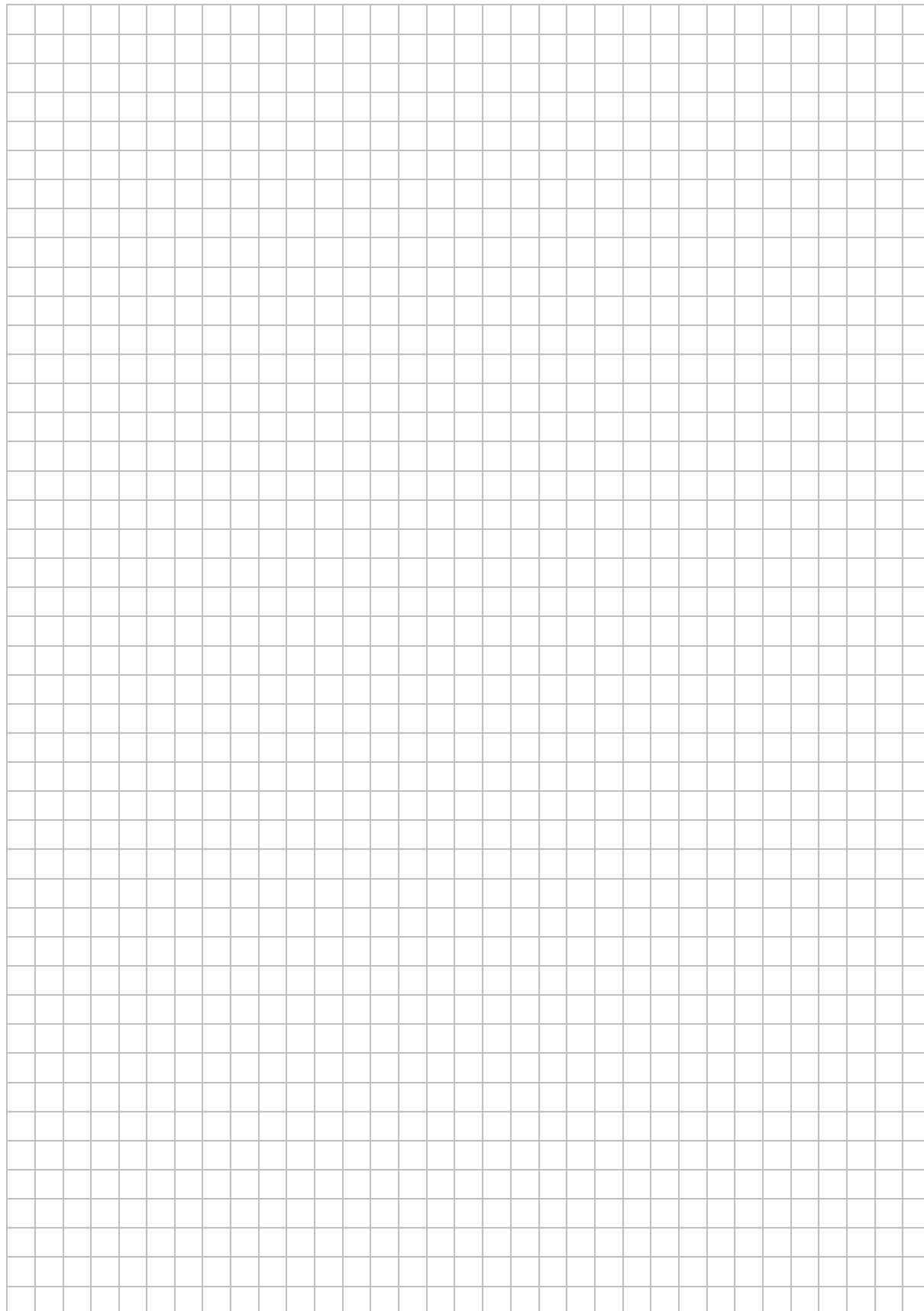


Odpowiedź:

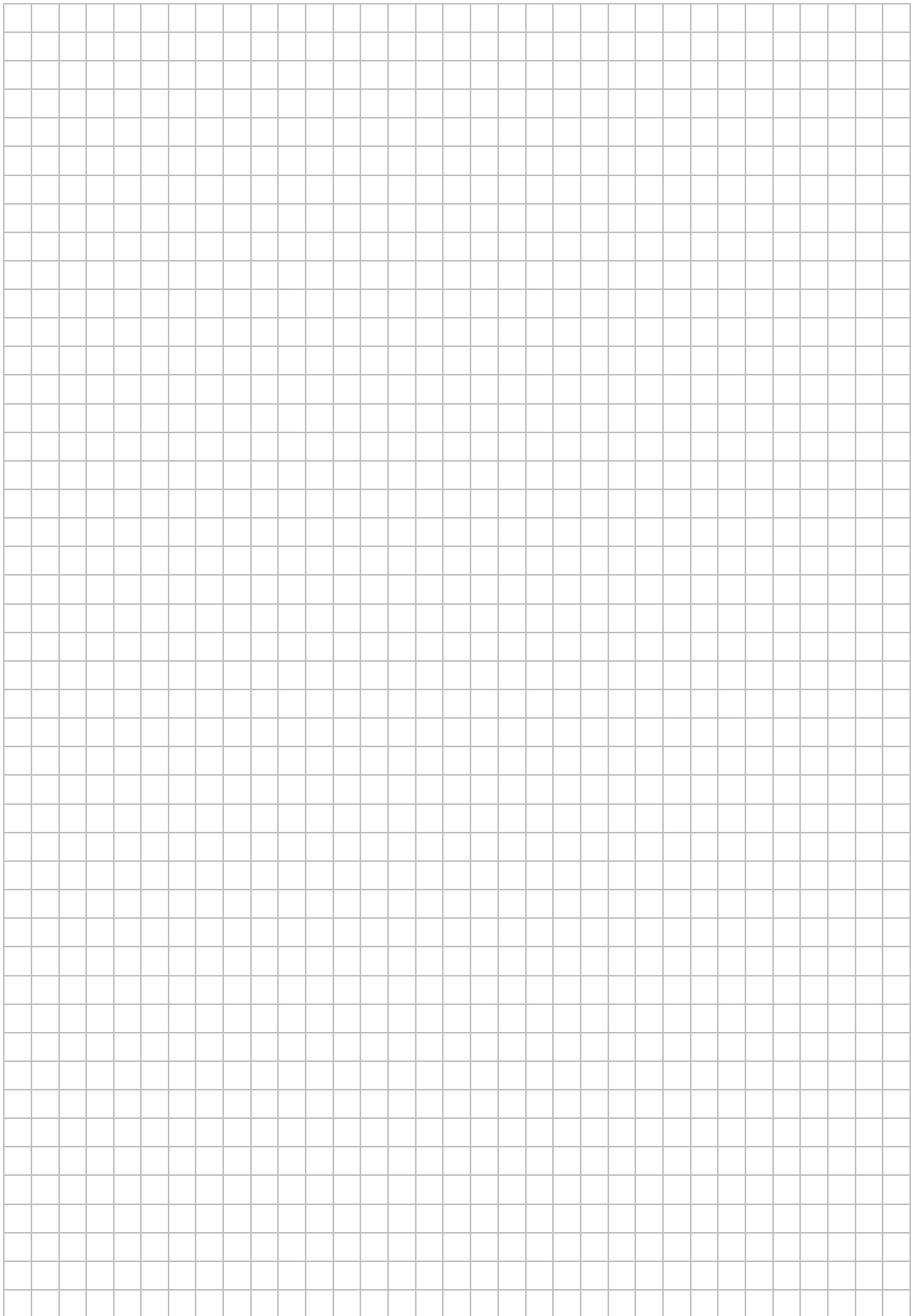
Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 2. (4 pkt)

Rozwiąż równanie $\sin^3 x - 3 \sin x \cdot \cos^2 x - 3 \cos^3 x + \sin^2 x \cdot \cos x = 0$ w przedziale $\langle 0, \pi \rangle$.



Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

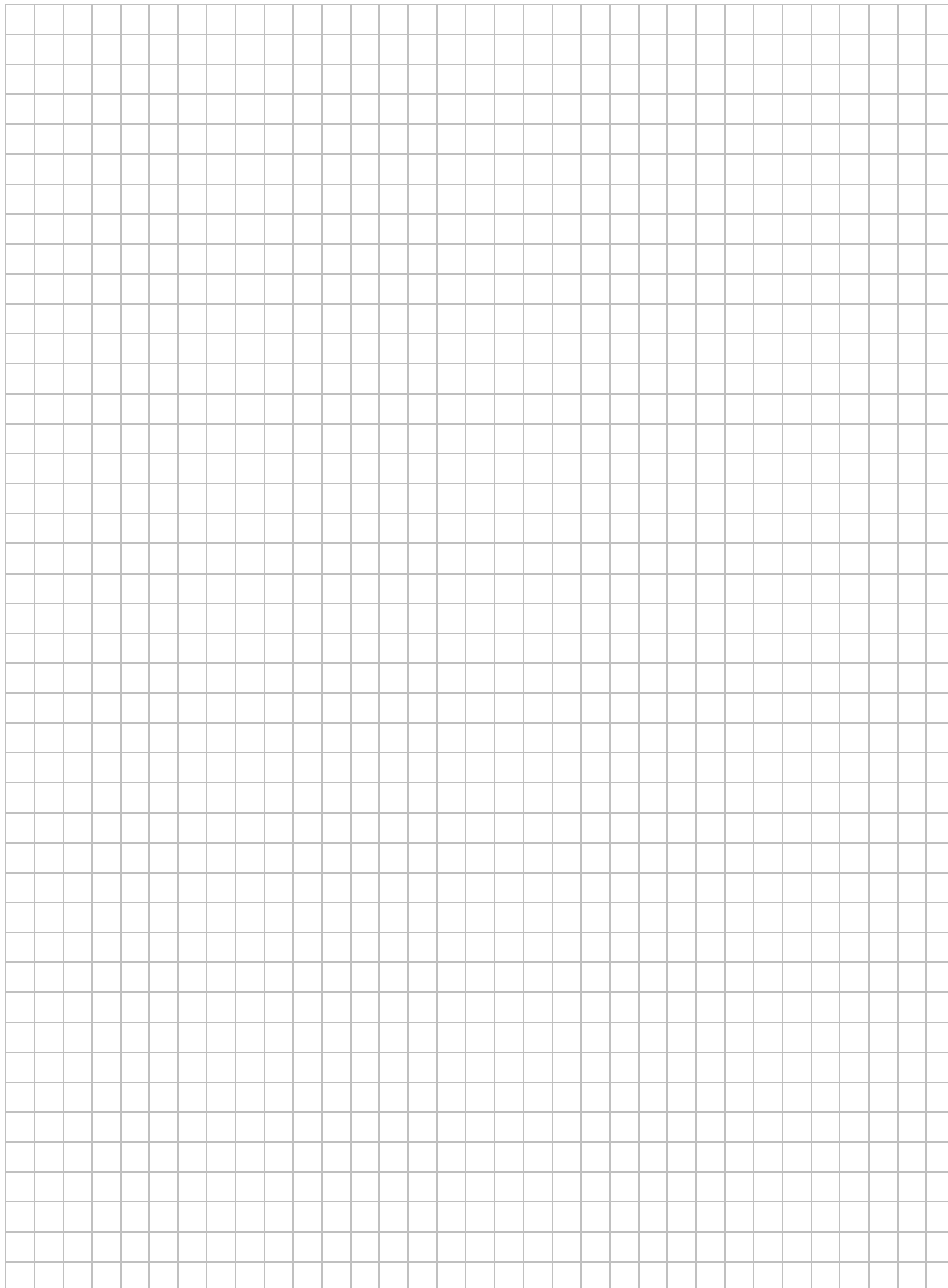


Odpowiedź:

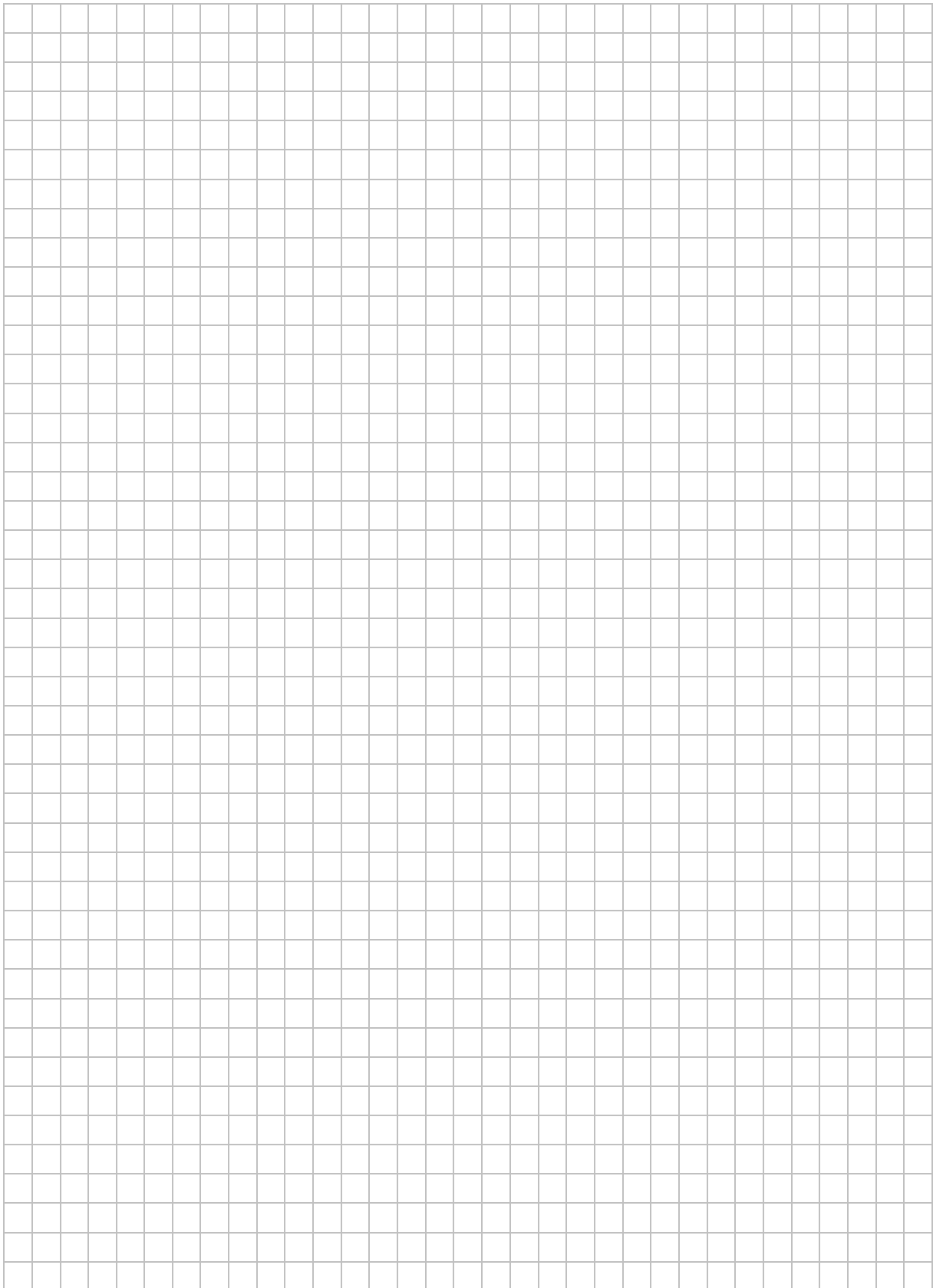
Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 3. (5 pkt)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $x^2 + 3x + \frac{2-m}{m-3} = 0$ ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1, x_2 spełniające warunek $x_1^3 + x_2^3 > -9$.



Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

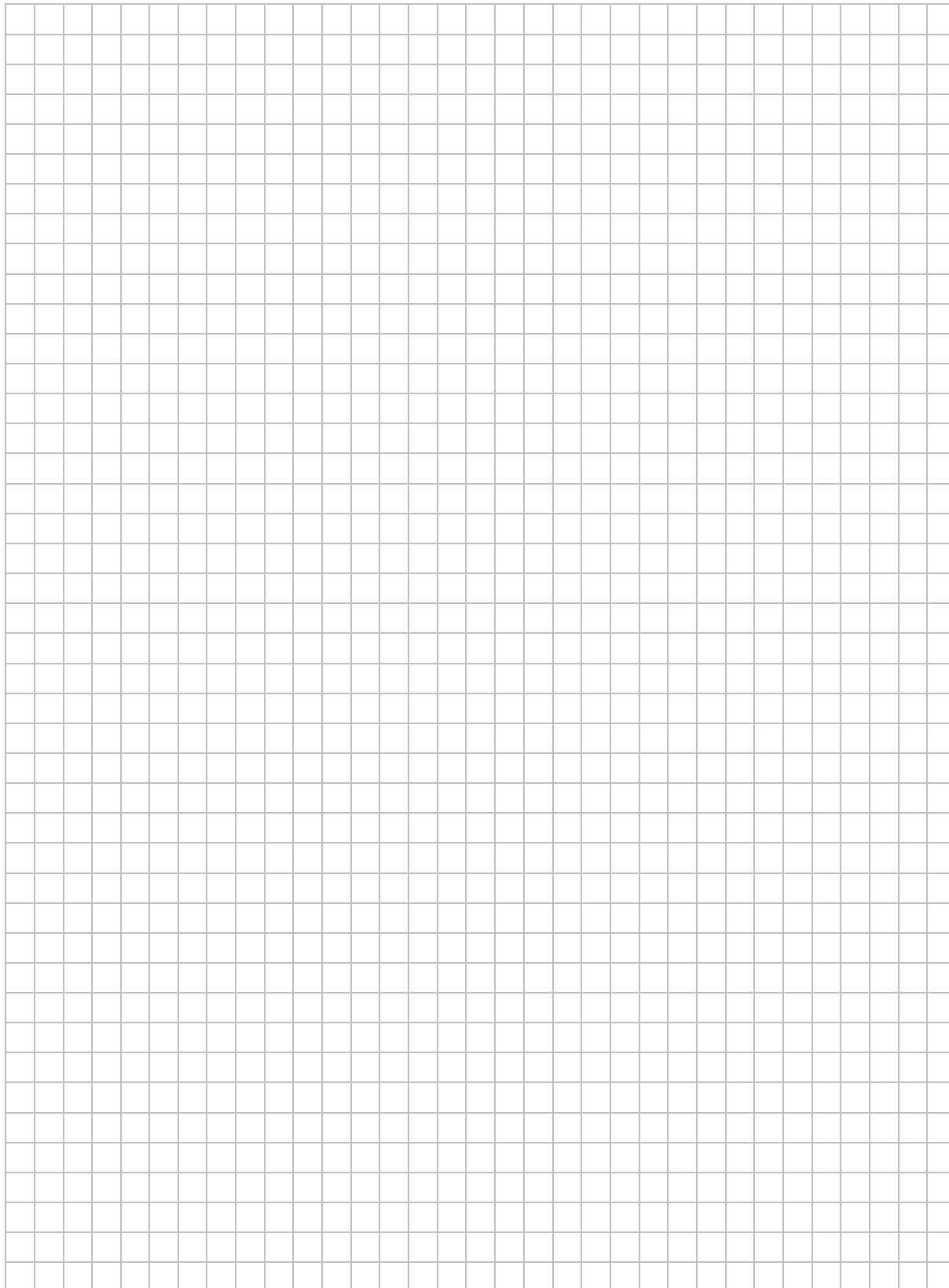


Odpowiedź:

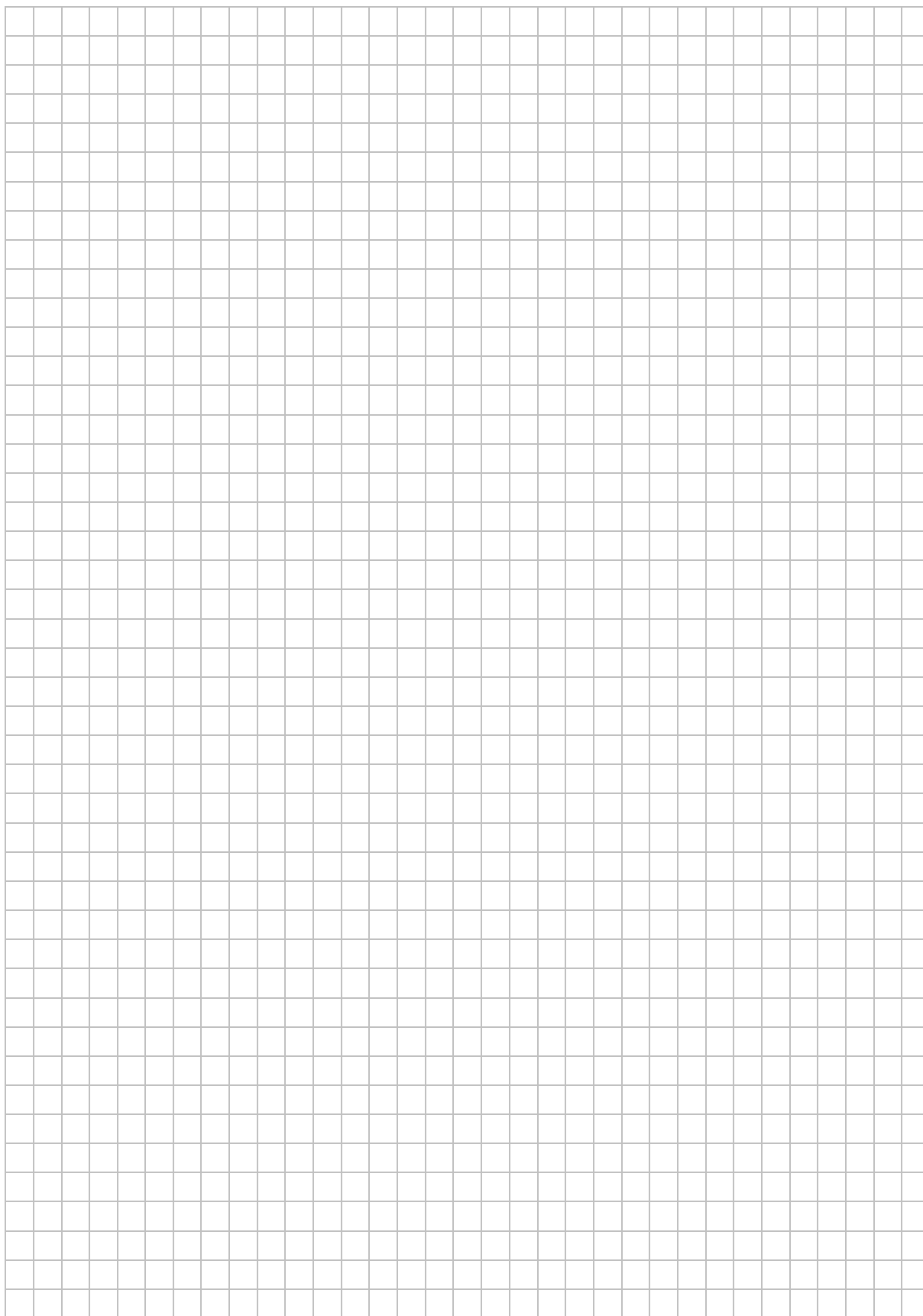
Zadanie 4. (3 pkt)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = 2a_n + 3n + 2 \end{cases}$ dla $n \geq 1$.

Oblicz średnią arytmetyczną liczb $a_2 + 3$ i $a_3 + 2$.



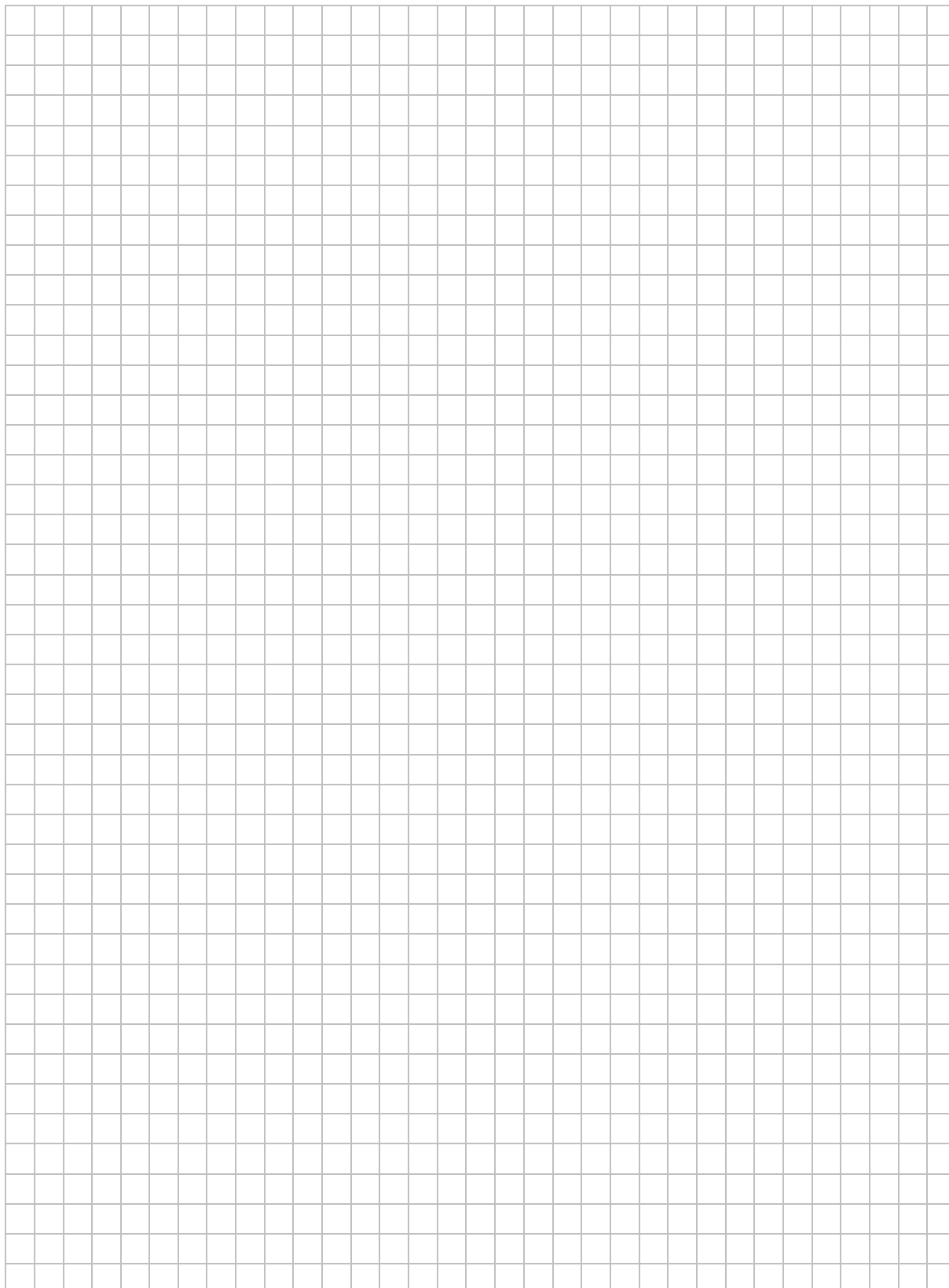
Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony



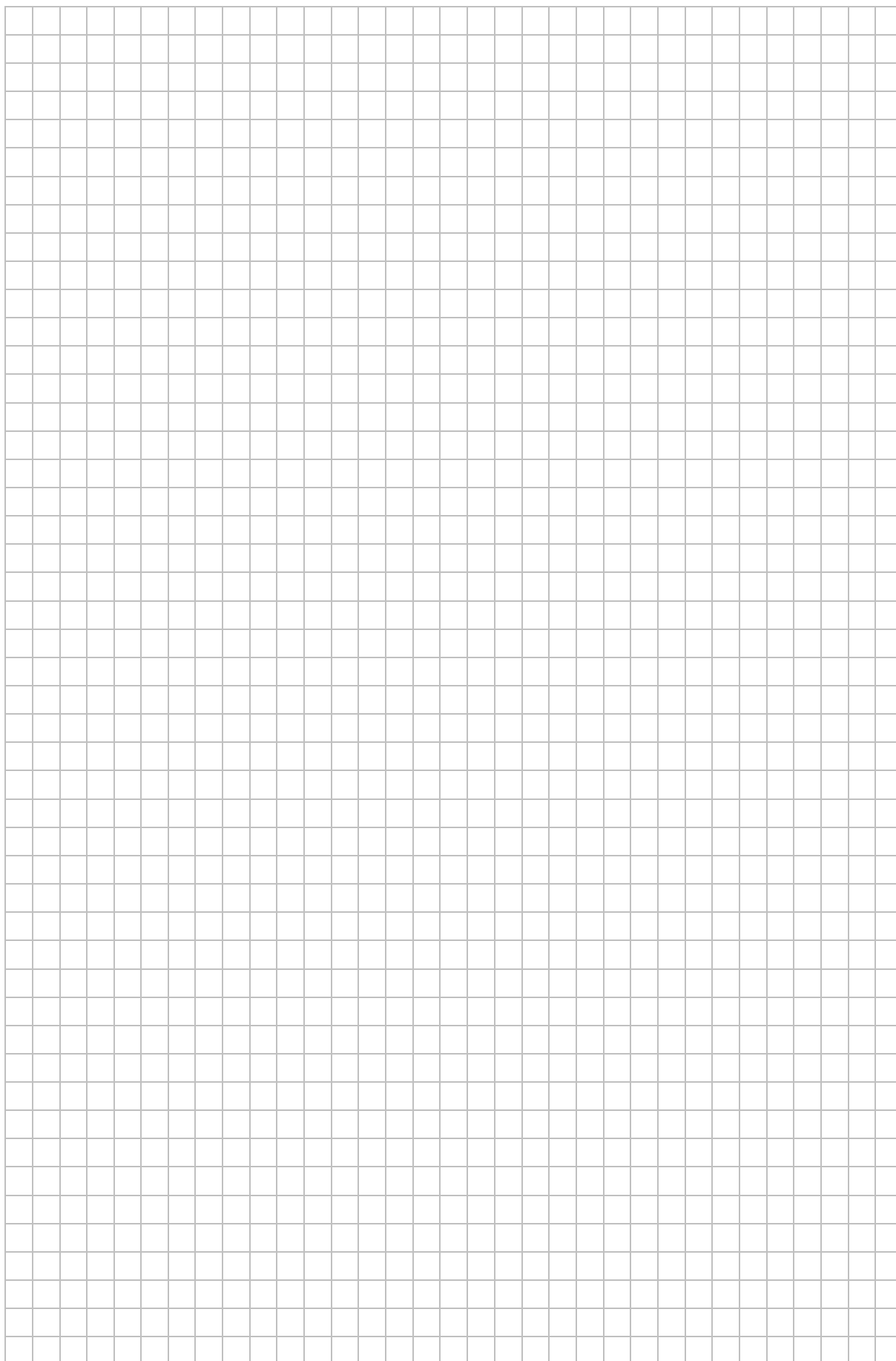
Odpowiedź:

Zadanie 5. (3 pkt)

Wykaż, że jeśli a, b, c są dowolnymi liczbami rzeczywistymi takimi, że $a + b + c = 0$, to

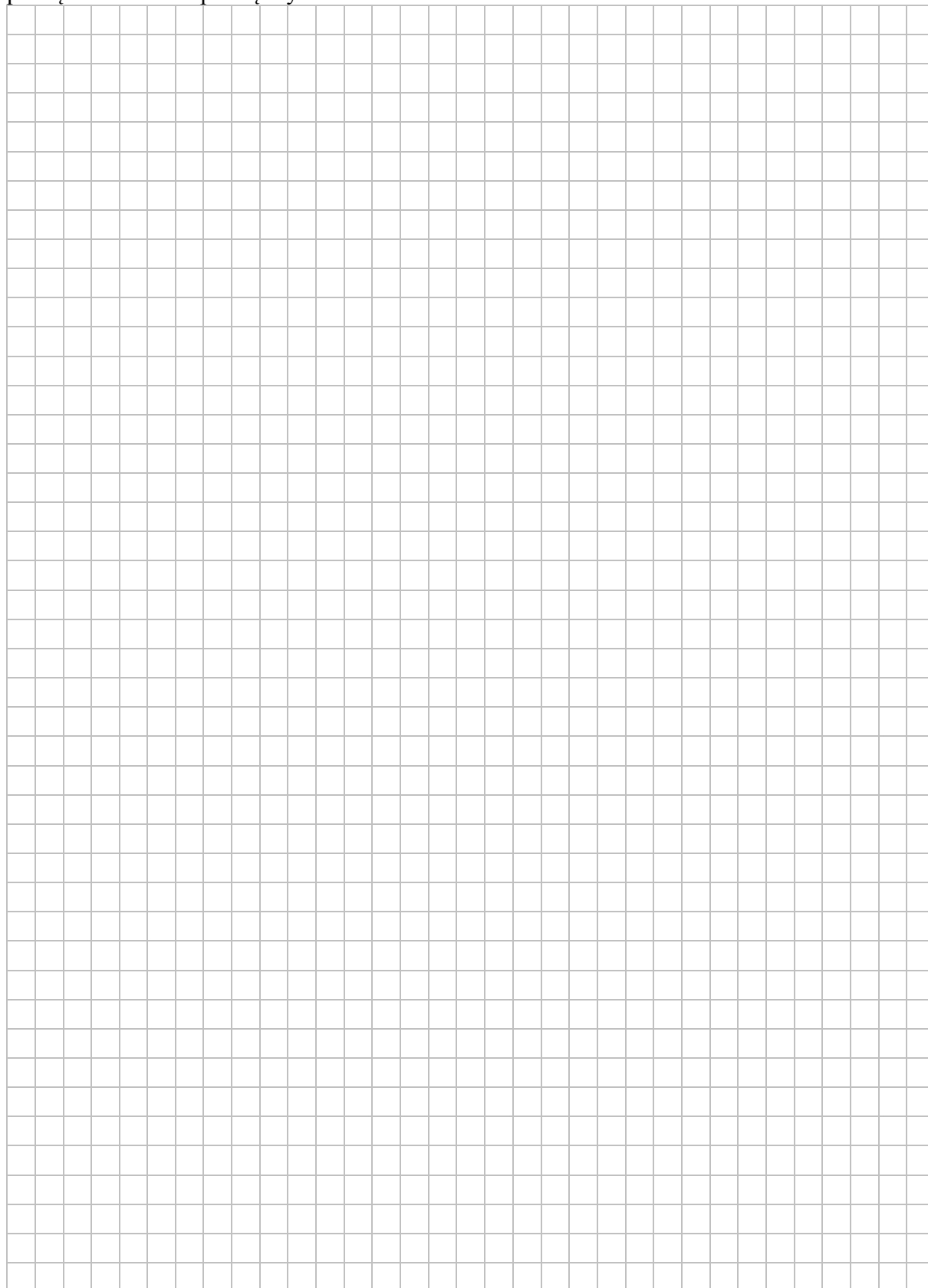
$$3(a^2 + b^2 + c^2) = (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2.$$


Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

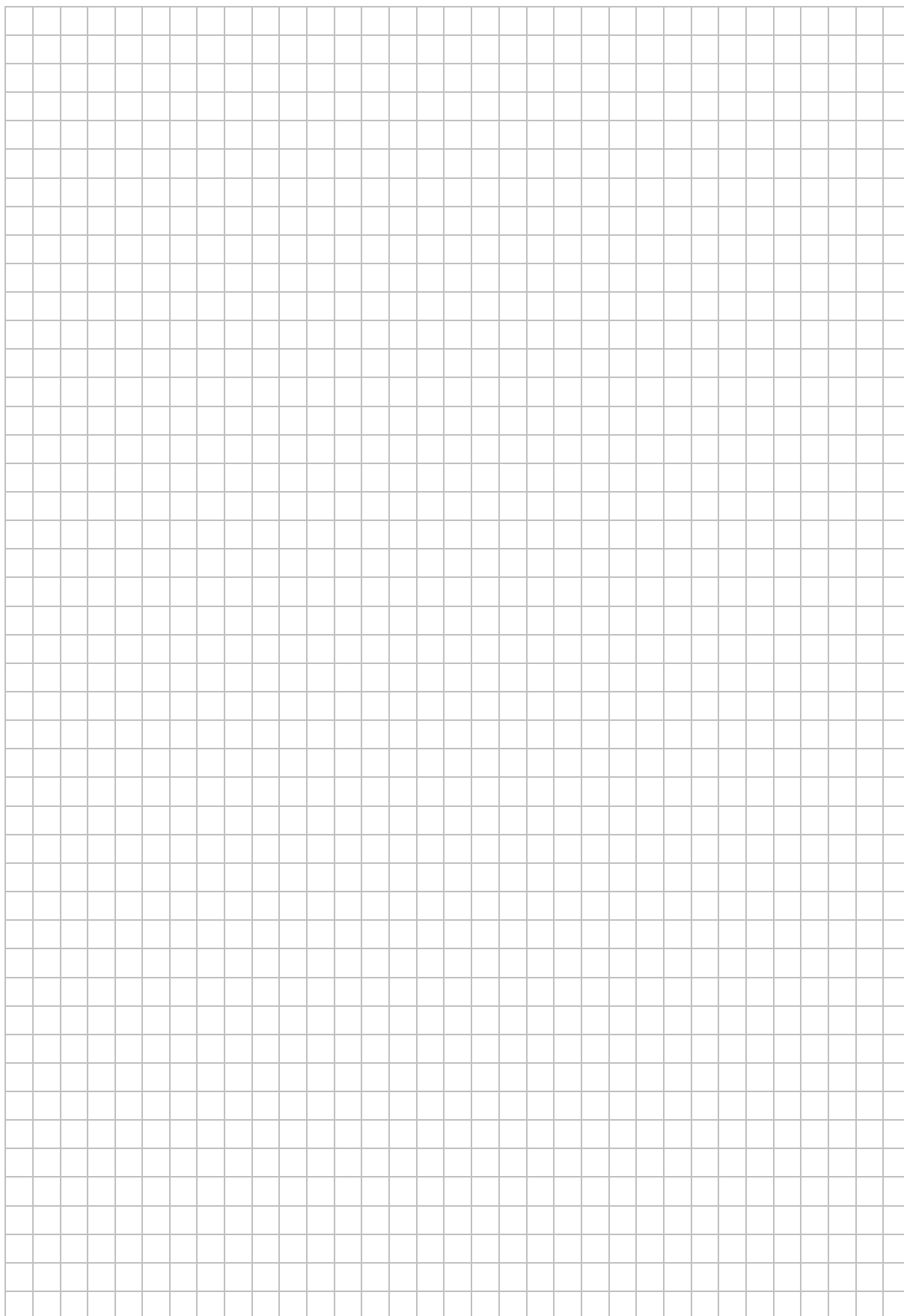


Zadanie 6. (4 pkt)

Wyznacz równania stycznych do okręgu $x^2 + y^2 + 12x + 4y + 36 = 0$, przechodzących przez początek układu współrzędnych.



Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony



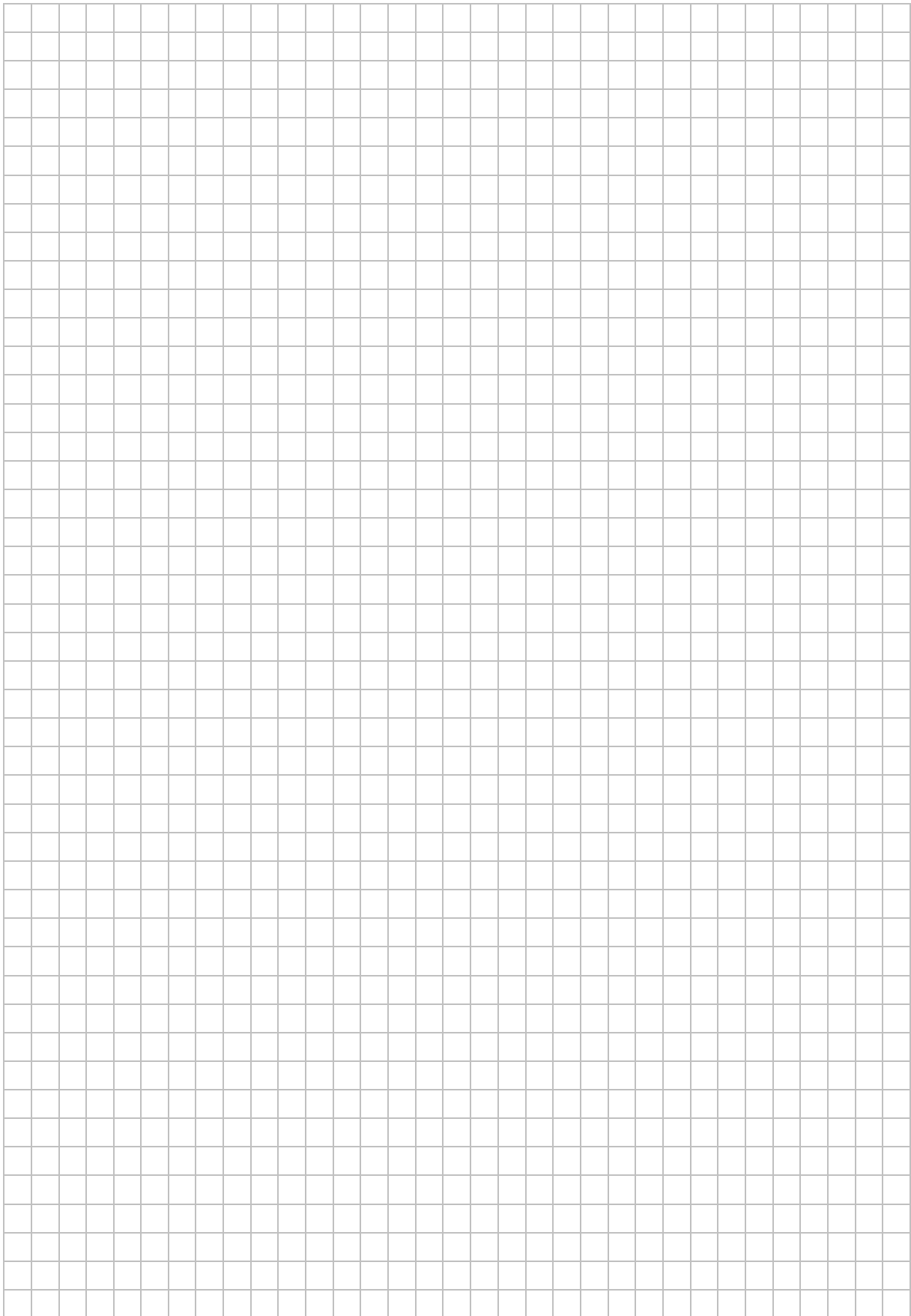
Odpowiedź:

Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 7. (4 pkt)

Rzucamy czterokrotnie symetryczną sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że otrzymamy dokładnie dwie dwójki lub dokładnie dwie piątki. Wynik zapisz w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego.

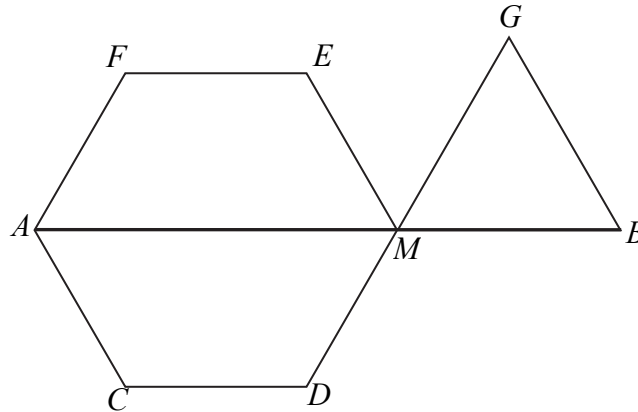
Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony



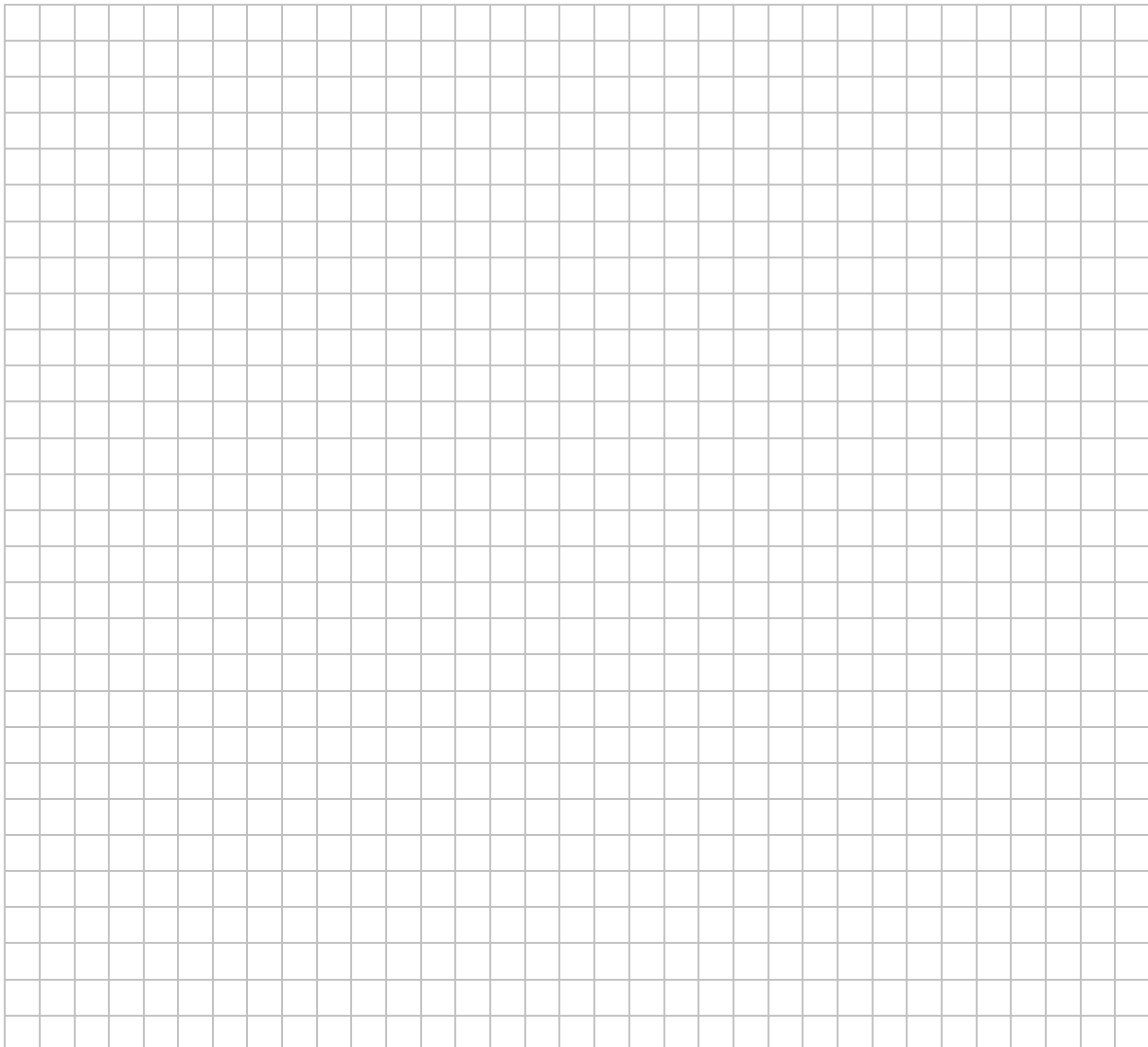
Odpowiedź:

Zadanie 8. (5 pkt)

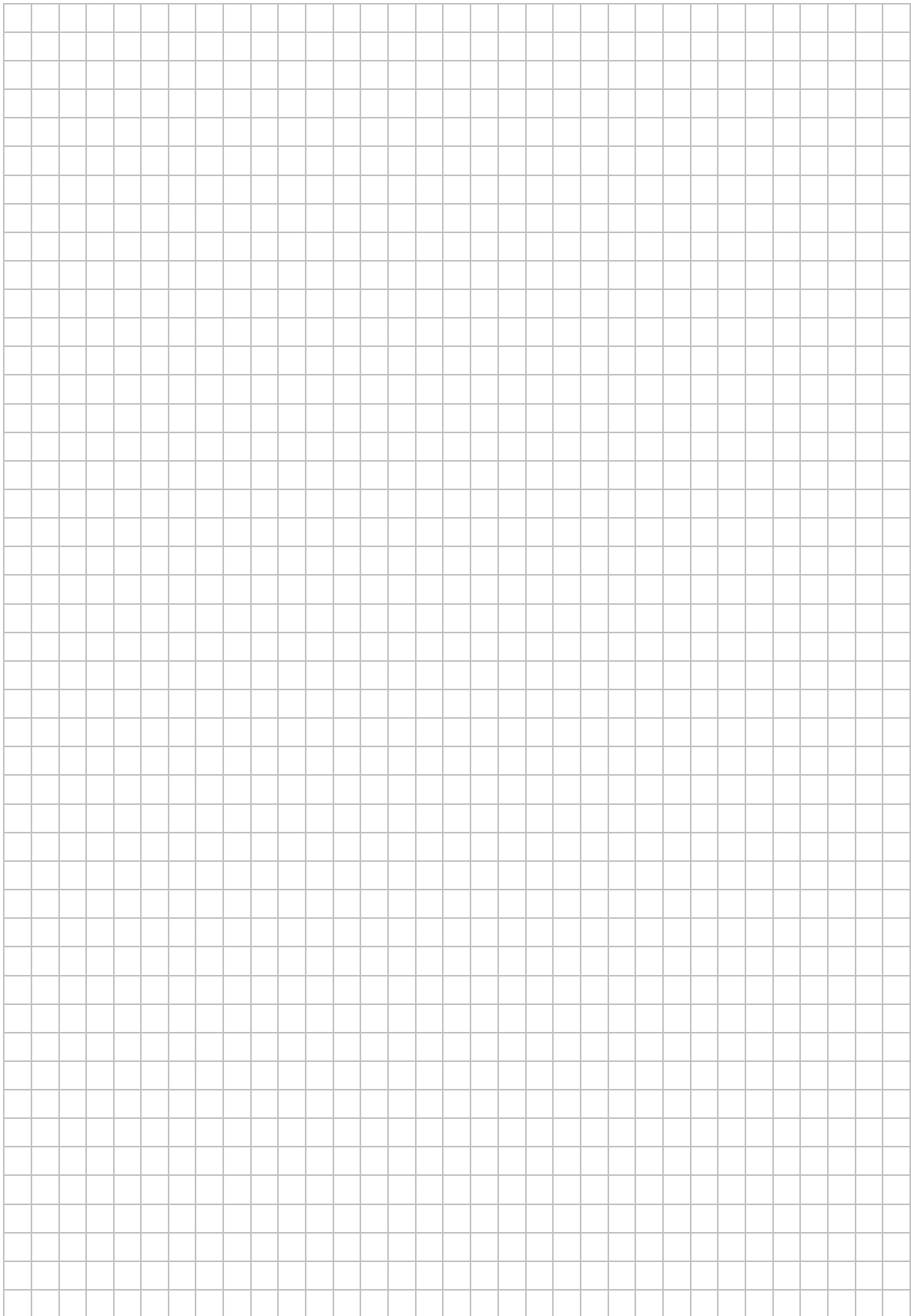
Dany jest odcinek AB o długości 10. Rozpatrujemy wszystkie sześciokąty foremne $ACDMEF$ i trójkąty równoboczne MBG , których wspólny wierzchołek M leży na odcinku AB (zobacz rysunek).



Oblicz stosunek obwodu sześciokąta $ACDMEF$ do obwodu trójkąta MBG w przypadku, gdy suma pól tych dwóch wielokątów jest najmniejsza.



Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

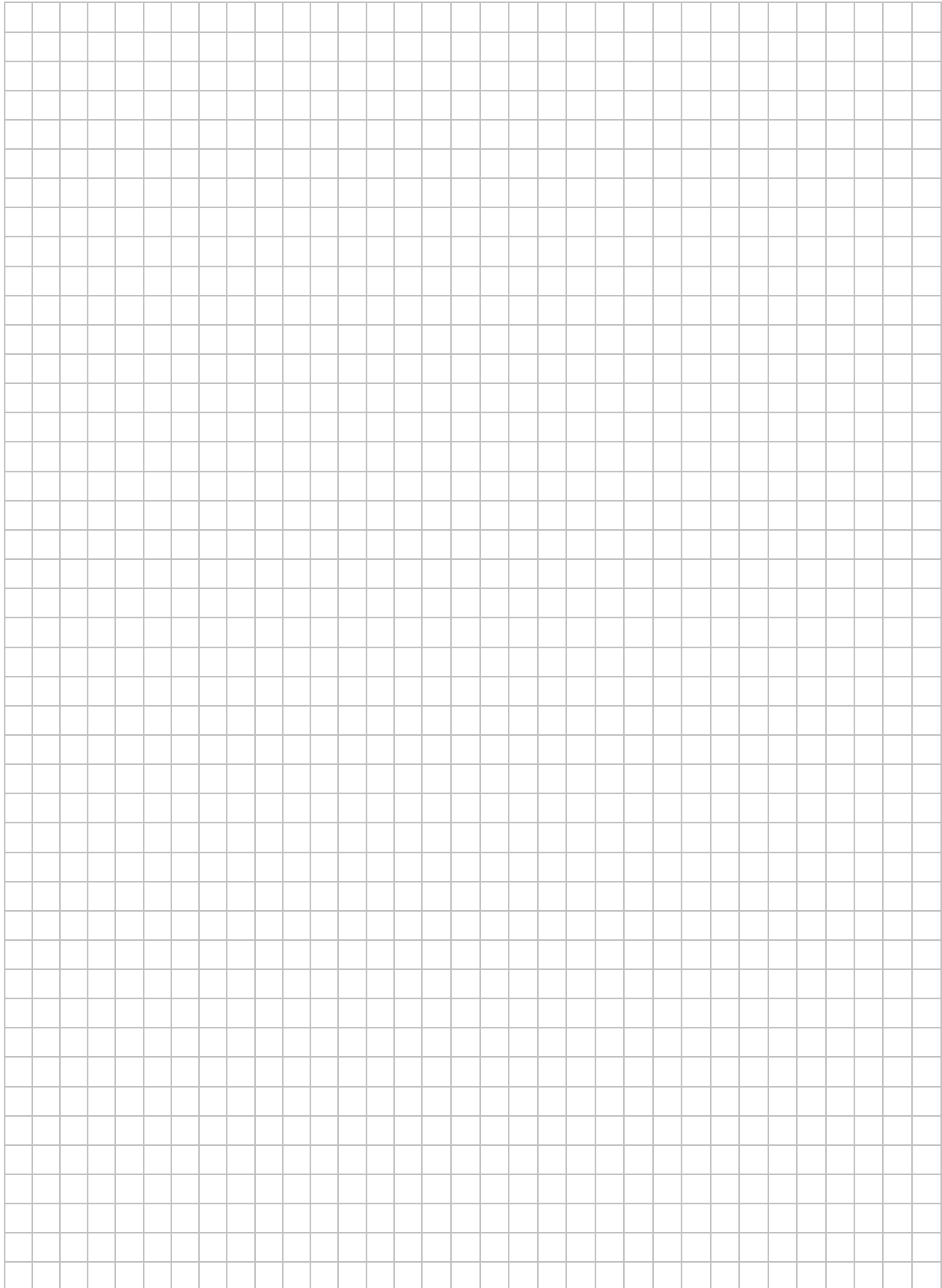


Odpowiedź:

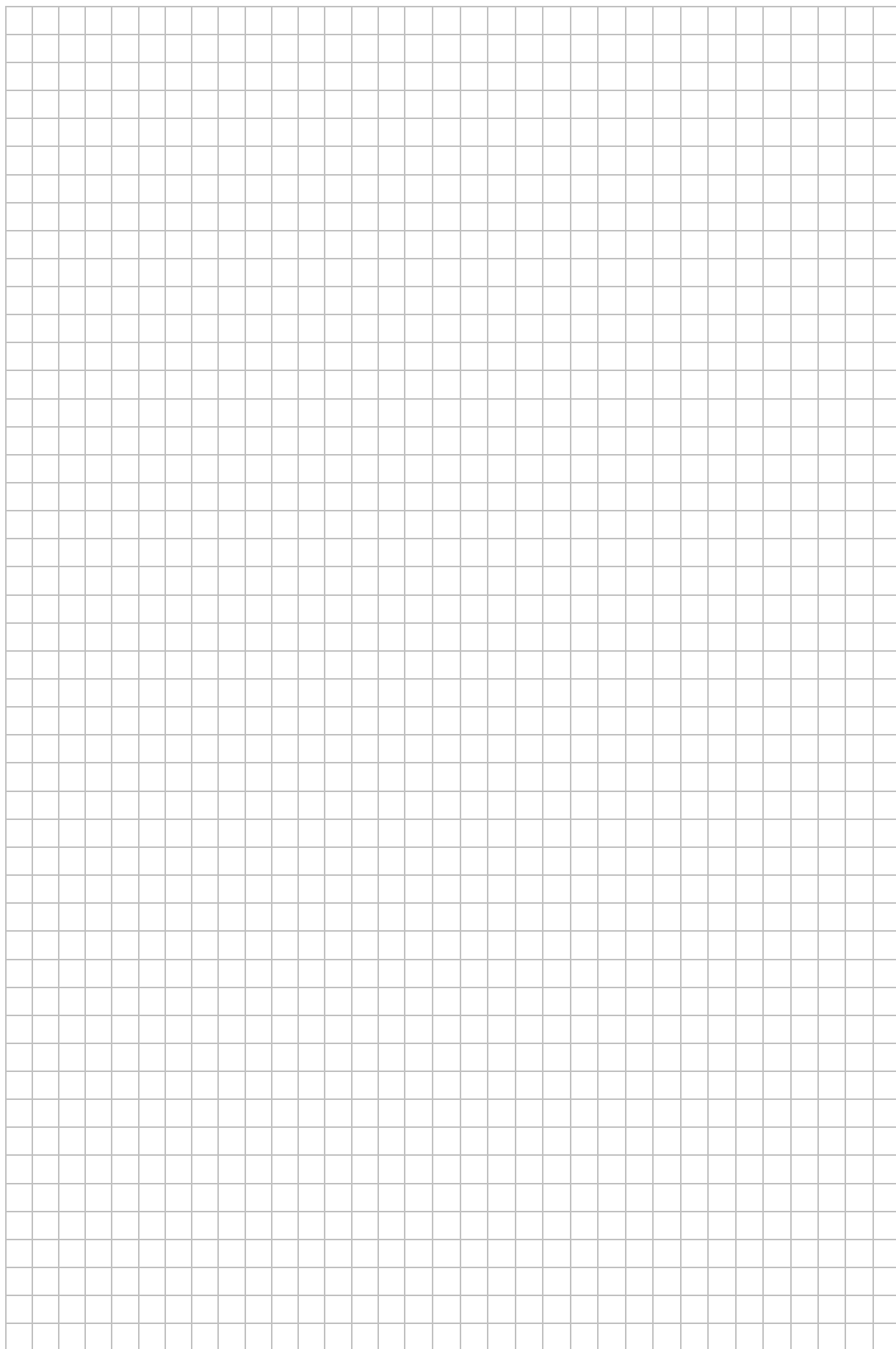
Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 9. (4 pkt)

Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$, w którym: $|AB| = |BC|$, $|\sphericalangle DAB| = 45^\circ$, $|\sphericalangle ABC| = 150^\circ$, $|\sphericalangle BCD| = 60^\circ$. Wykaż, że trójkąt BCD jest równoboczny.



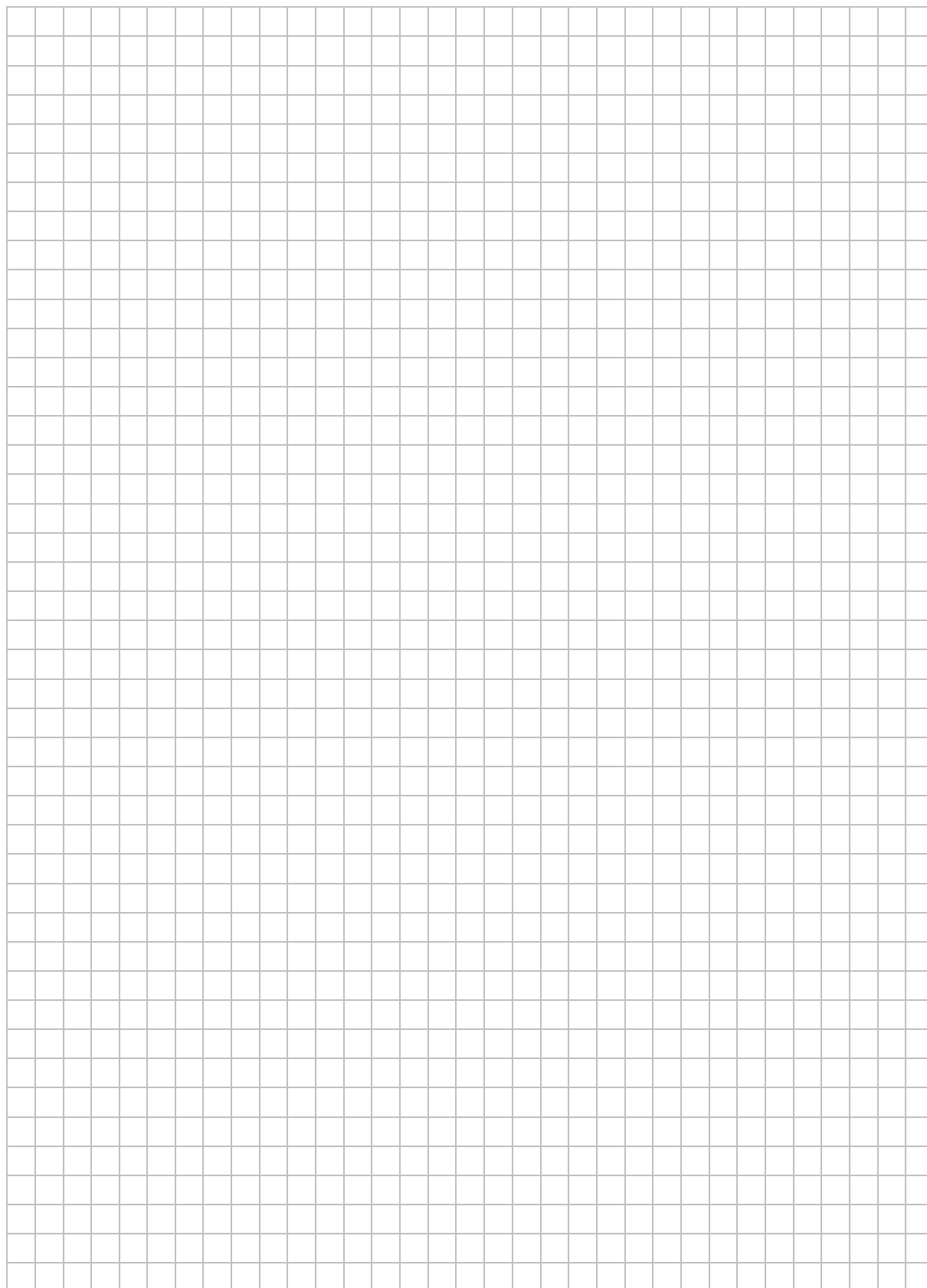
Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony



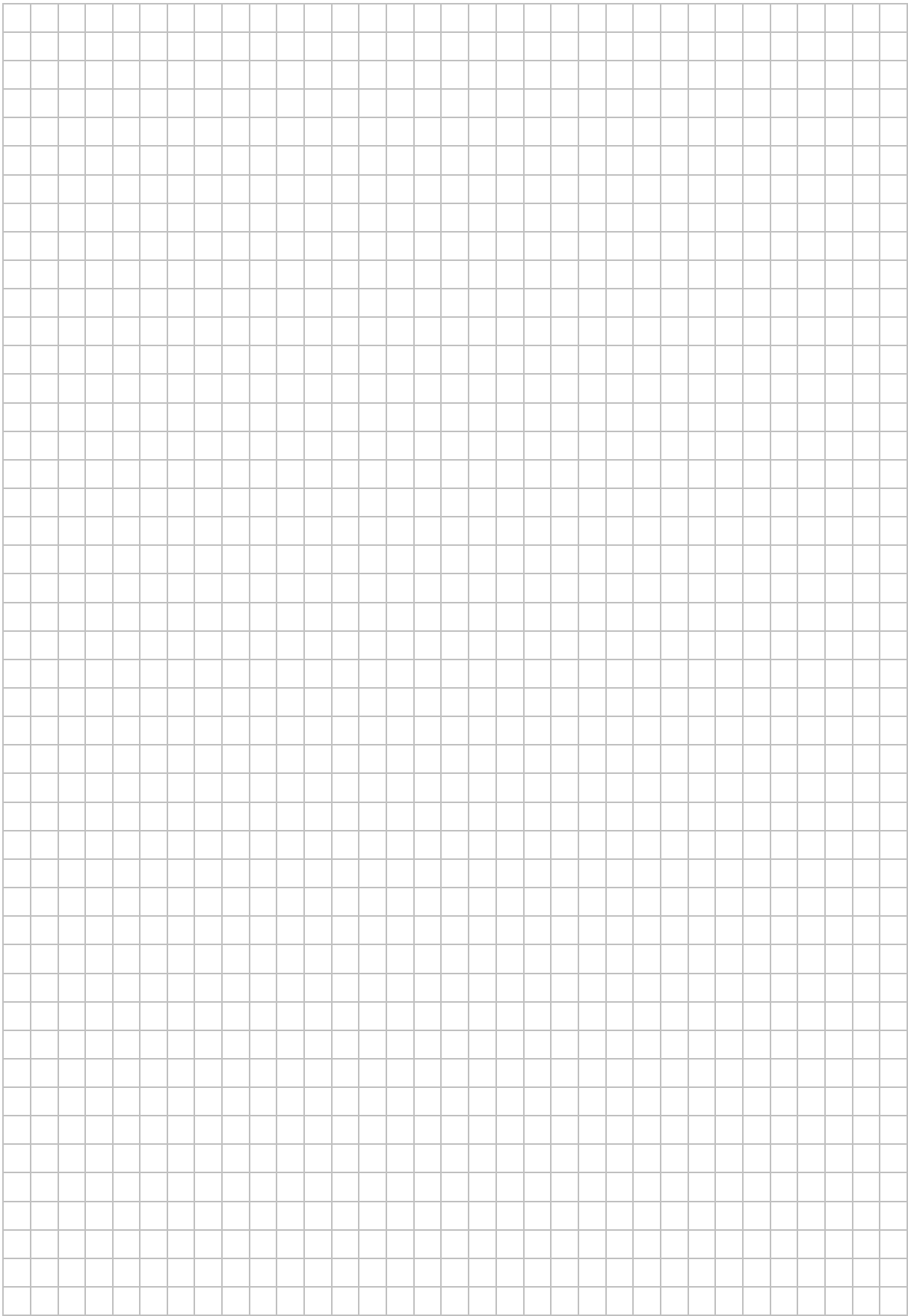
Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 10. (4 pkt)

Dany jest trójkąt ABC , w którym $|AC| = |BC| = 10$, $|\sphericalangle ACB| = 120^\circ$. Na boku CB obrano punkt P dzielący ten bok w stosunku $3 : 2$ (licząc od punktu C). Oblicz sinus kąta PAB .



Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

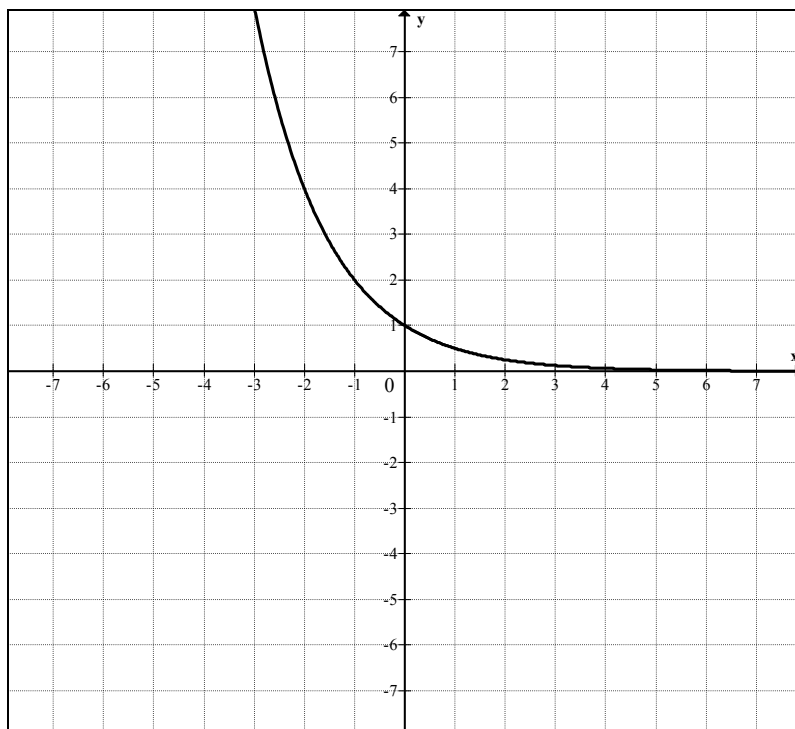


Odpowiedź:

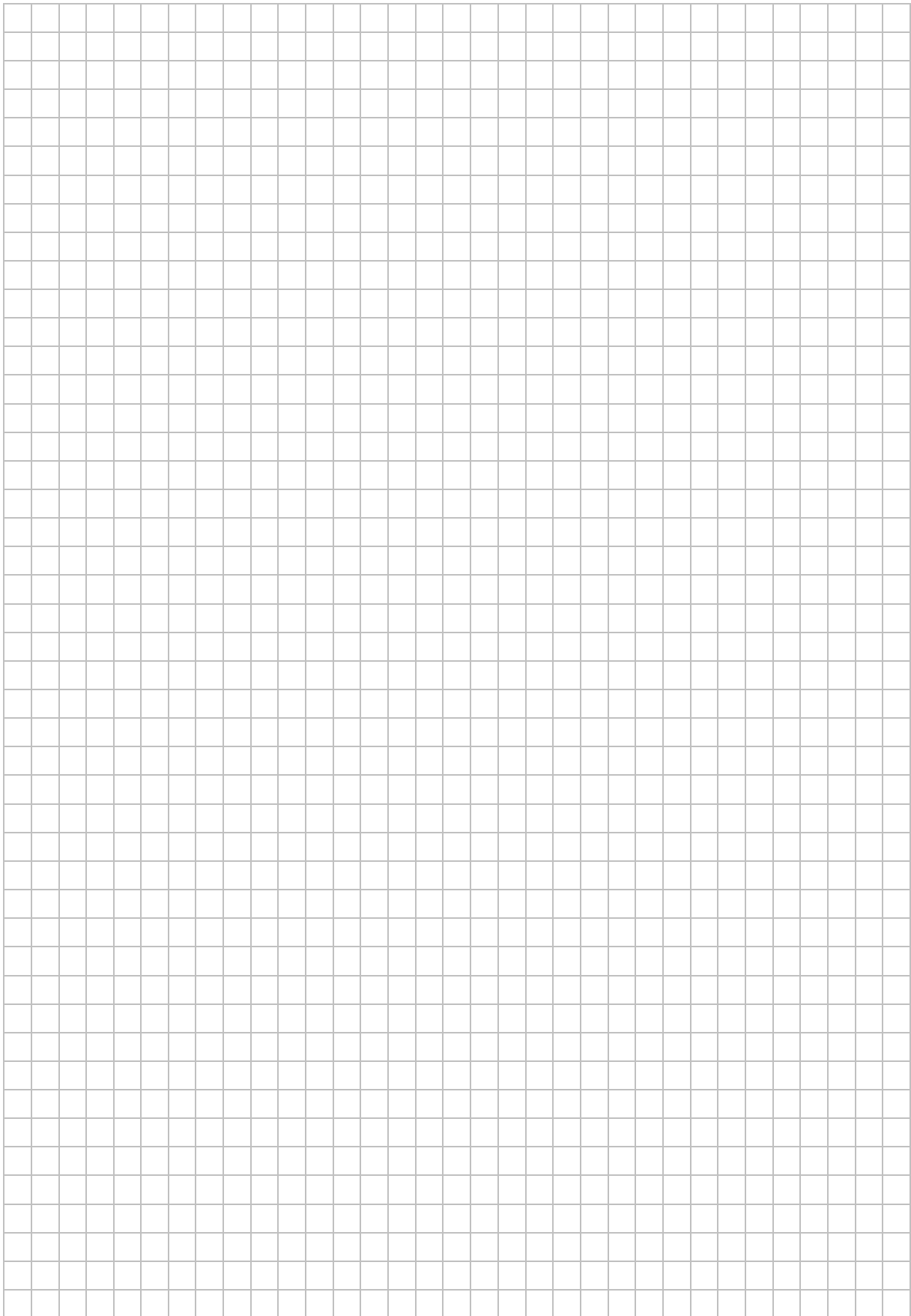
Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 11. (4 pkt)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji wykładniczej określonej wzorem $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. Rozważamy funkcję g określoną wzorem $g(x) = |f(x+3) - 2|$. Wyznacz wszystkie wartości parametru k , dla których równanie $g(x) = k$ ma dwa rozwiązania takie, że ich iloczyn jest liczbą ujemną.



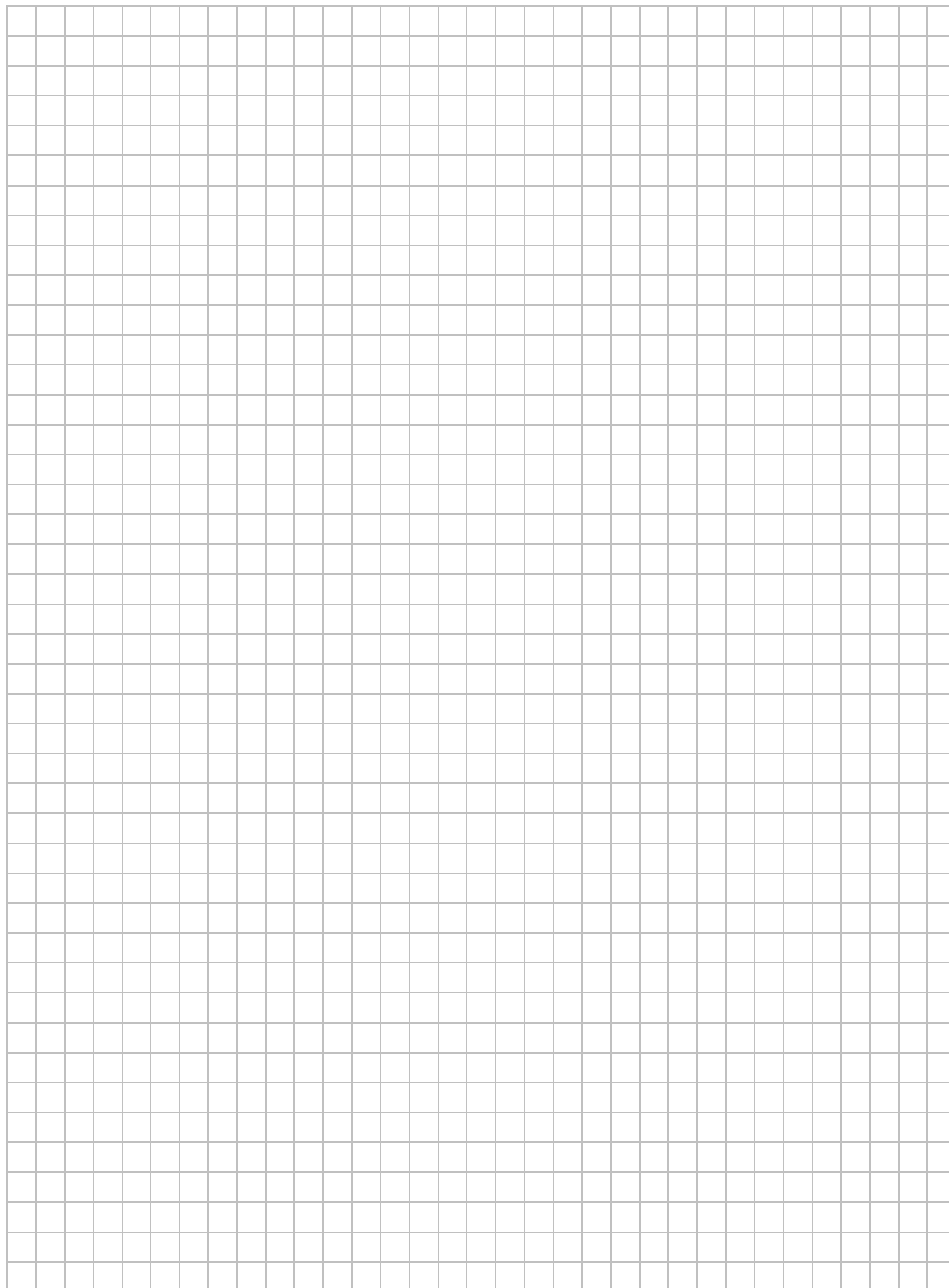
Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony



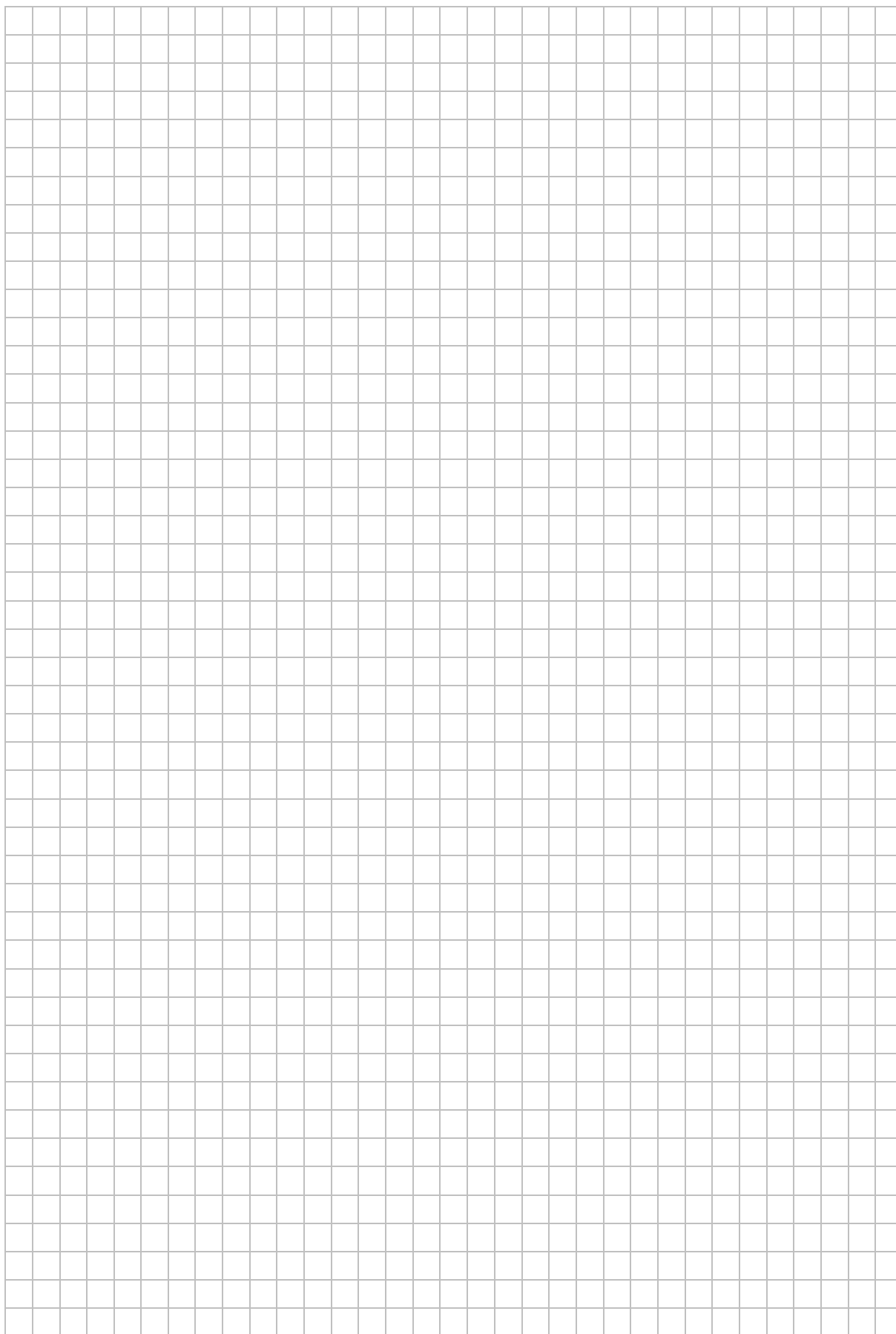
Odpowiedź:

Zadanie 12. (6 pkt)

Trójkąt ABC jest podstawą prawidłowego ostrosłupa $ABCS$, którego krawędź boczna ma długość 10. Punkt D jest środkiem wysokości SO ostrosłupa oraz $|AD| = 2\sqrt{13}$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.



Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony



Odpowiedź:

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)