

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

Układ graficzny © CKE 2013

WPISUJE ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

*Miejsce
na naklejkę
z kodem*

☐ dysleksja

**EGZAMIN MATURALNY
Z MATEMATYKI**

POZIOM PODSTAWOWY

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 21 stron (zadania 1–34). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–25) przenieś na kartę odpowiedzi, zaznaczając je w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj  pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (26–34) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
9. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



CZERWIEC 2014

**Czas pracy:
170 minut**

**Liczba punktów
do uzyskania: 50**

MMA-P1_1P-143

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 25. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (1 pkt)

Która z poniższych równości jest prawdziwa dla każdej liczby rzeczywistej x ?

- A. $\sqrt{x^2} = x$ B. $|-x| = x$ C. $|x-1| = x-1$ D. $\sqrt{(x+1)^2} = |x+1|$

Zadanie 2. (1 pkt)

Czterech przyjaciół zarejestrowało spółkę.

Wysokość udziałów poszczególnych wspólników w kapitale zakładowym spółki wyraża stosunek $12 : 8 : 3 : 2$. Jaką część kapitału zakładowego stanowi udział największego inwestora?

- A. 12% B. 32% C. 48% D. 52%

Zadanie 3. (1 pkt)

Dla każdej liczby rzeczywistej a i każdej liczby rzeczywistej b wyrażenie $ab + a - b - 1$ jest równe

- A. $(a-1)(b-1)$ B. $(a+1)(b-1)$ C. $(a-1)(b+1)$ D. $(a+1)(b+1)$

Zadanie 4. (1 pkt)

Na prostej o równaniu $y = ax + b$ leżą punkty $K = (1, 0)$ i $L = (0, 1)$. Wynika stąd, że

- A. $a = -1$ i $b = 1$ B. $a = 1$ i $b = -1$ C. $a = -1$ i $b = -1$ D. $a = 1$ i $b = 1$

Zadanie 5. (1 pkt)

Dane są liczby: $a = \log_3 \frac{1}{9}$, $b = \log_3 3$, $c = \log_3 \frac{1}{27}$. Który z poniższych warunków jest prawdziwy?

- A. $c < b < a$ B. $b < c < a$ C. $a < c < b$ D. $c < a < b$

Zadanie 6. (1 pkt)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = 3x - 4$ dla każdej liczby z przedziału $\langle -2, 2 \rangle$. Zbiorem wartości tej funkcji jest przedział

- A. $\langle -10, 2 \rangle$ B. $(-10, 2)$ C. $\langle 2, 10 \rangle$ D. $(2, 10)$

Zadanie 7. (1 pkt)

Jednym z miejsc zerowych funkcji kwadratowej $f(x) = 3x^2 + 7x + c$ jest liczba $-\frac{7}{3}$.

Wówczas c jest równe

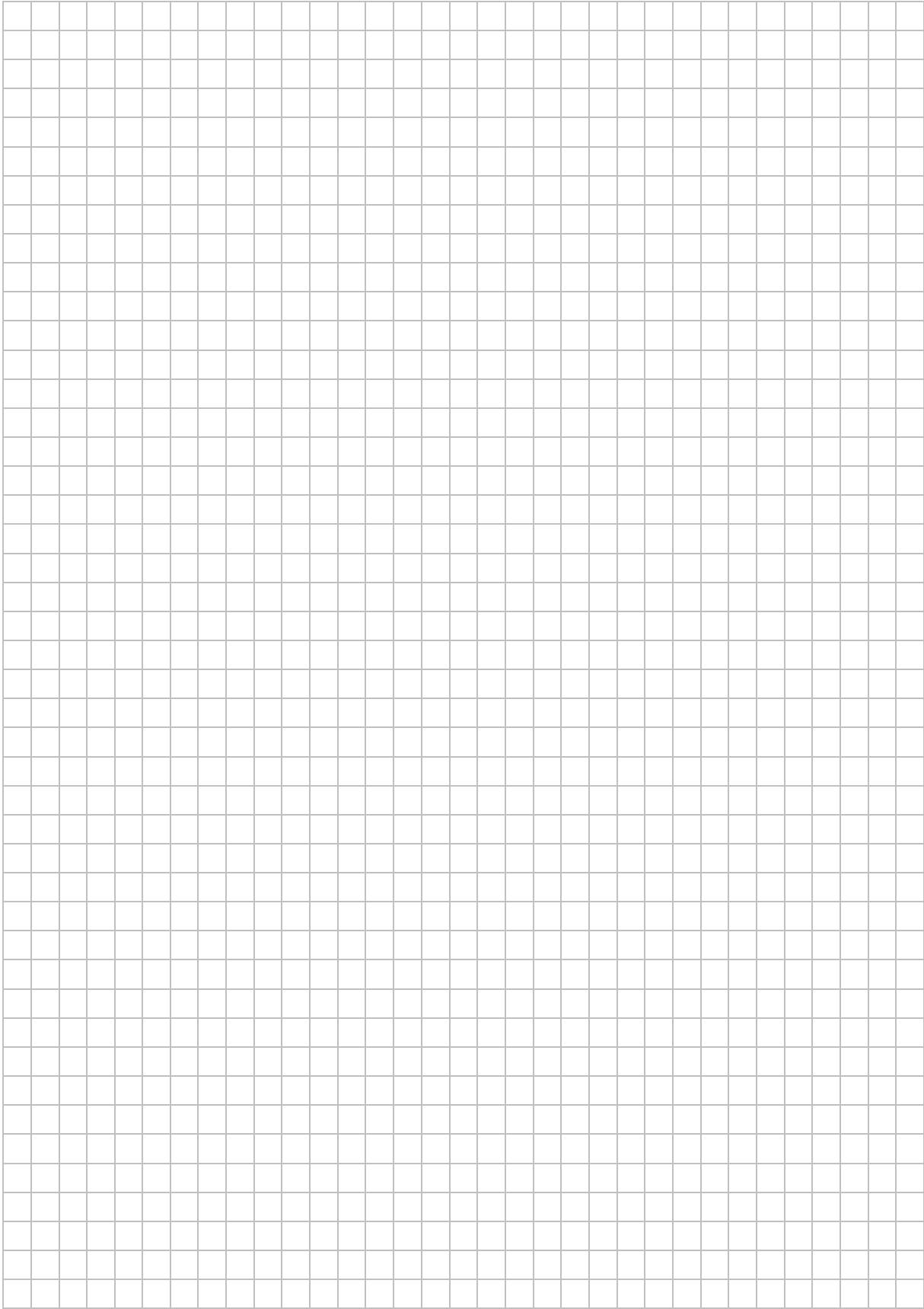
- A. 0 B. 1 C. -98 D. 98

Zadanie 8. (1 pkt)

Liczba $\frac{3^{27} + 3^{26}}{3^{26} + 3^{25}}$ jest równa

- A. 1 B. 3 C. 6 D. 9

BRUDNOPIS



Zadanie 9. (1 pkt)

Dane są wielomiany: $W(x) = 2x^2 - 1$, $P(x) = x^3 + x$ i $Q(x) = (1-x)(x+1)$. Stopień wielomianu $W(x) \cdot P(x) \cdot Q(x)$ jest równy

- A. 3 B. 6 C. 7 D. 12

Zadanie 10. (1 pkt)

Pierwsza współrzędna wierzchołka paraboli o równaniu $y = (x+2)(x-4)$ jest równa

- A. -8 B. -4 C. 1 D. 2

Zadanie 11. (1 pkt)

W ciągu geometrycznym (a_n) , określonym dla $n \geq 1$, wyraz $a_1 = 5$, natomiast iloraz $q = -2$. Suma dziesięciu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa

- A. -1705 B. -1023 C. 1705 D. 5115

Zadanie 12. (1 pkt)

W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla $n \geq 1$, dane są dwa wyrazy: $a_2 = 11$ i $a_4 = 7$. Suma czterech początkowych wyrazów tego ciągu jest równa

- A. 36 B. 40 C. 13 D. 20

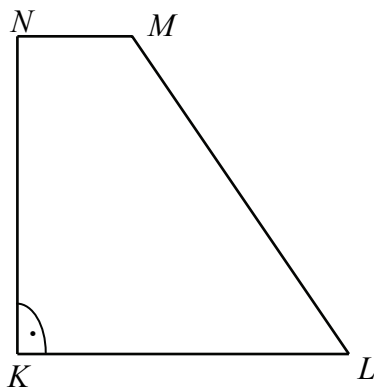
Zadanie 13. (1 pkt)

Miara kąta α spełnia warunek: $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Wyrażenie $\frac{\cos^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} + \frac{1 - \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}$ jest równe

- A. 1 B. $2 \cos^2 \alpha$ C. 2 D. $2 \sin^2 \alpha$

Zadanie 14. (1 pkt)

W trapezie $KLMN$, w którym $KL \parallel MN$, kąt LKN jest prosty (zobacz rysunek) oraz dane są: $|MN| = 3$, $|KN| = 4\sqrt{3}$, $|\sphericalangle KLM| = 60^\circ$. Pole tego trapezu jest równe

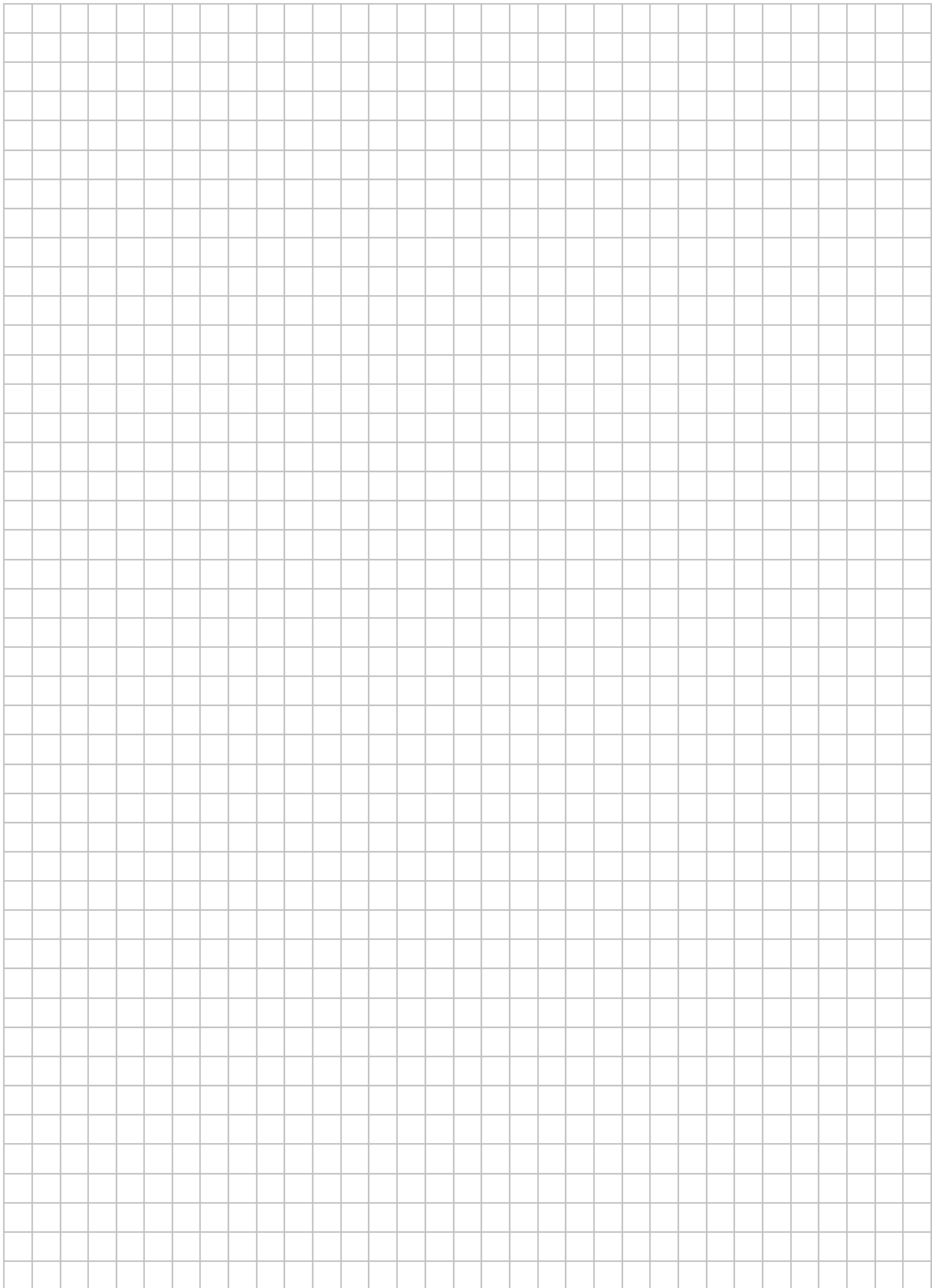


- A. $4 + 2\sqrt{3}$ B. $10\sqrt{3}$ C. $20\sqrt{3}$ D. $24 + 6\sqrt{3}$

Zadanie 15. (1 pkt)

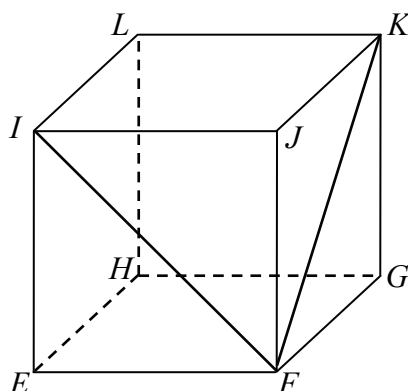
Średnia arytmetyczna liczby punktów uzyskanych na egzaminie przez studentów I grupy, liczącej 40 studentów, jest równa 30. Dwudziestu studentów tworzących II grupę otrzymało w sumie 1800 punktów. Zatem średni wynik z tego egzaminu, liczony łącznie dla wszystkich studentów z obu grup, jest równy

- A. 20 pkt B. 30 pkt C. 50 pkt D. 60 pkt



Zadanie 16. (1 pkt)

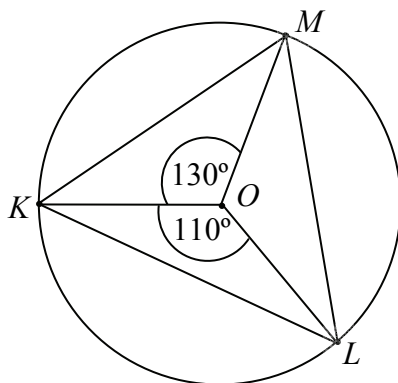
W sześcianie $EFGHIJKL$ poprowadzono z wierzchołka F dwie przekątne sąsiednich ścian, FI oraz FK (zobacz rysunek). Miara kąta IFK jest równa



- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

Zadanie 17. (1 pkt)

Punkt O jest środkiem okręgu (zobacz rysunek). Miara kąta LKM jest równa



- A. 30° B. 60° C. 90° D. 120°

Zadanie 18. (1 pkt)

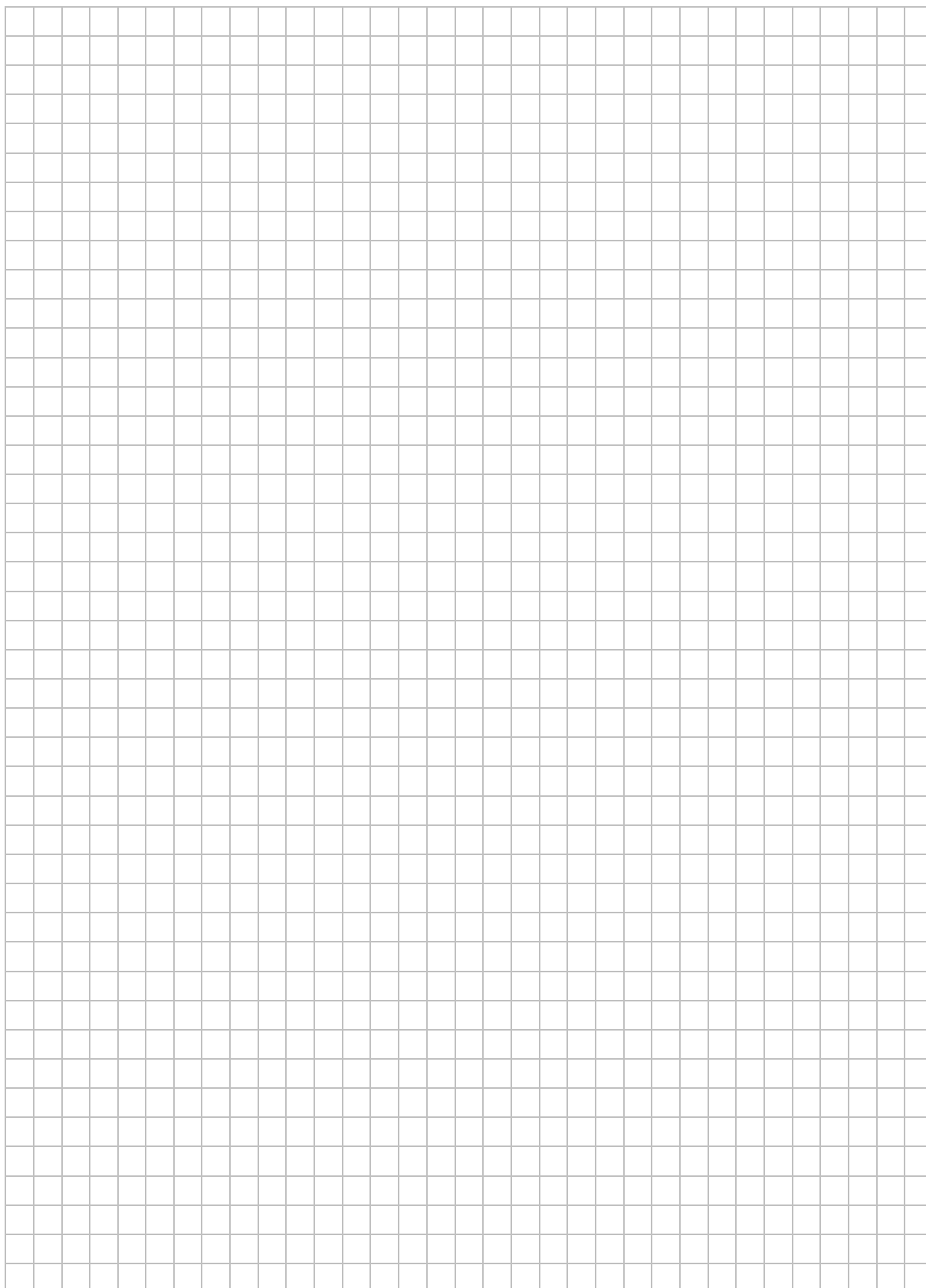
Na trójkącie prostokątnym, którego przyprostokątne mają długości 12 i 9, opisano okrąg. Promień tego okręgu jest równy

- A. $\sqrt{108}$ B. $\frac{15}{2}$ C. 15 D. $\frac{\sqrt{108}}{2}$

Zadanie 19. (1 pkt)

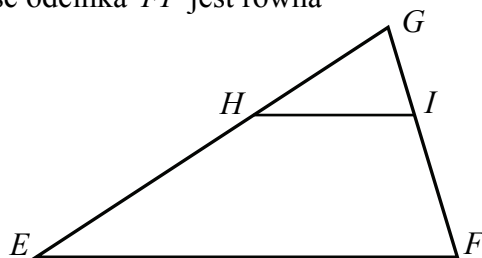
Ze zbioru kolejnych liczb naturalnych $\{1, 2, 3, 4, \dots, 30\}$ losujemy jedną liczbę. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosowana liczba jest kwadratem liczby całkowitej, jest równe

- A. $\frac{4}{30}$ B. $\frac{5}{30}$ C. $\frac{6}{30}$ D. $\frac{10}{30}$

BRUDNOPIS

Zadanie 20. (1 pkt)

W trójkącie EFG bok EF ma długość 21. Prosta równoległa do boku EF przecina boki EG i FG trójkąta odpowiednio w punktach H oraz I (zobacz rysunek) w taki sposób, że $|HI| = 7$ i $|GI| = 3$. Wtedy długość odcinka FI jest równa



- A. 6 B. 9 C. 12 D. 17

Zadanie 21. (1 pkt)

Na planie miasta, narysowanym w skali 1 : 20 000, park jest prostokątem o bokach 2 cm i 5 cm. Stąd wynika, że ten park ma powierzchnię

- A. 20 000 m² B. 40 000 m² C. 200 000 m² D. 400 000 m²

Zadanie 22. (1 pkt)

Proste o równaniach: $y = mx - 5$ oraz $y = (1 - 2m)x + 7$ są równoległe, gdy

- A. $m = -1$ B. $m = -\frac{1}{3}$ C. $m = \frac{1}{3}$ D. $m = 1$

Zadanie 23. (1 pkt)

Punkty $M = (2, 0)$ i $N = (0, -2)$ są punktami styczności okręgu z osiami układu współrzędnych. Które z poniższych równań opisuje ten okrąg?

- A. $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$
 B. $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 4$
 C. $(x + 2)^2 + (y + 2)^2 = 4$
 D. $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$

Zadanie 24. (1 pkt)

Objętość walca o promieniu podstawy 4 jest równa 96π . Pole powierzchni bocznej tego walca jest równe

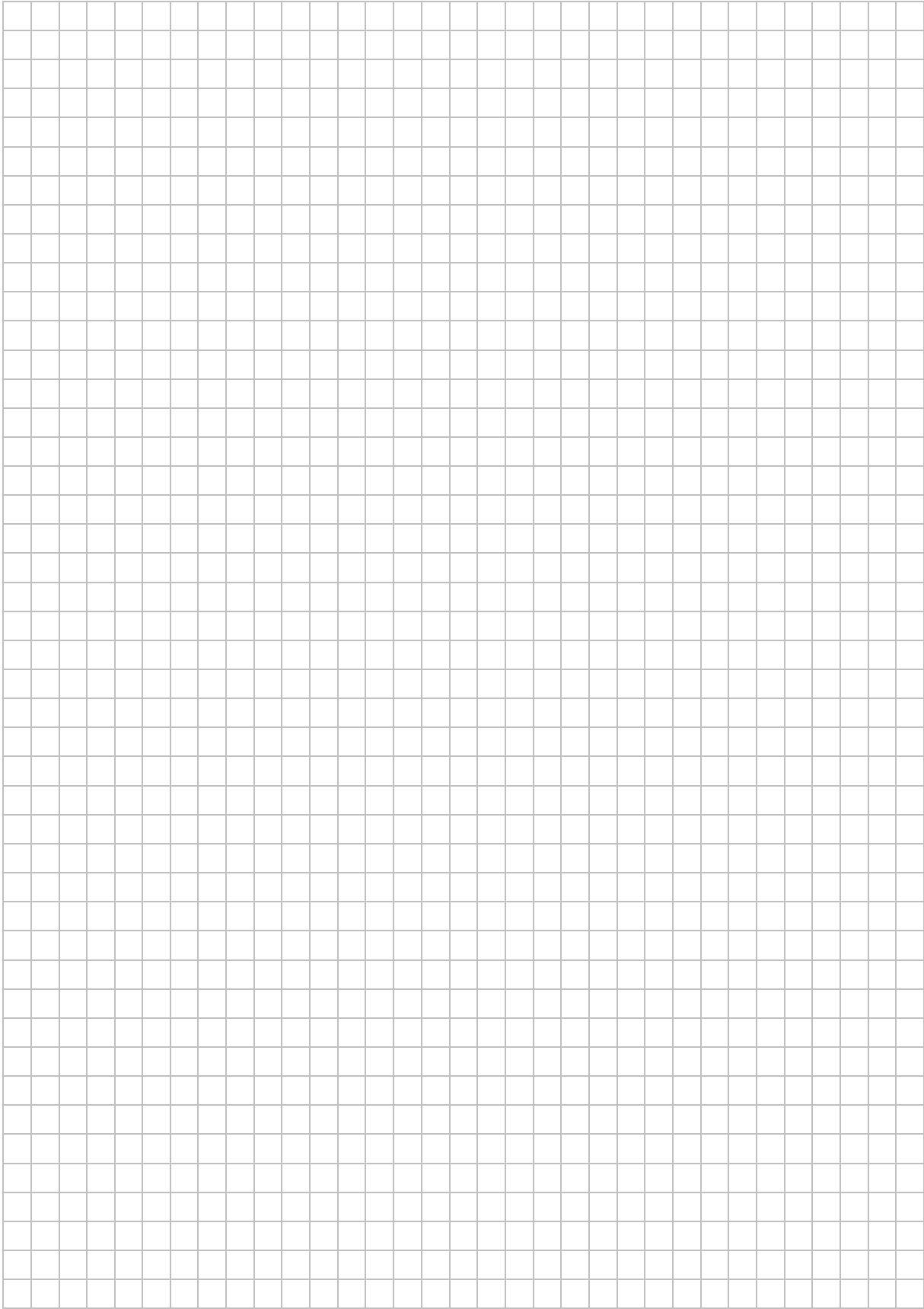
- A. 16π B. 24π C. 32π D. 48π

Zadanie 25. (1 pkt)

Objętość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 432, a krawędź podstawy tego ostrosłupa ma długość 12. Wysokość tego ostrosłupa jest równa

- A. 3 B. 9 C. 27 D. 108

BRUDNOPIS



Odpowiedź:

Zadanie 27. (2 pkt)

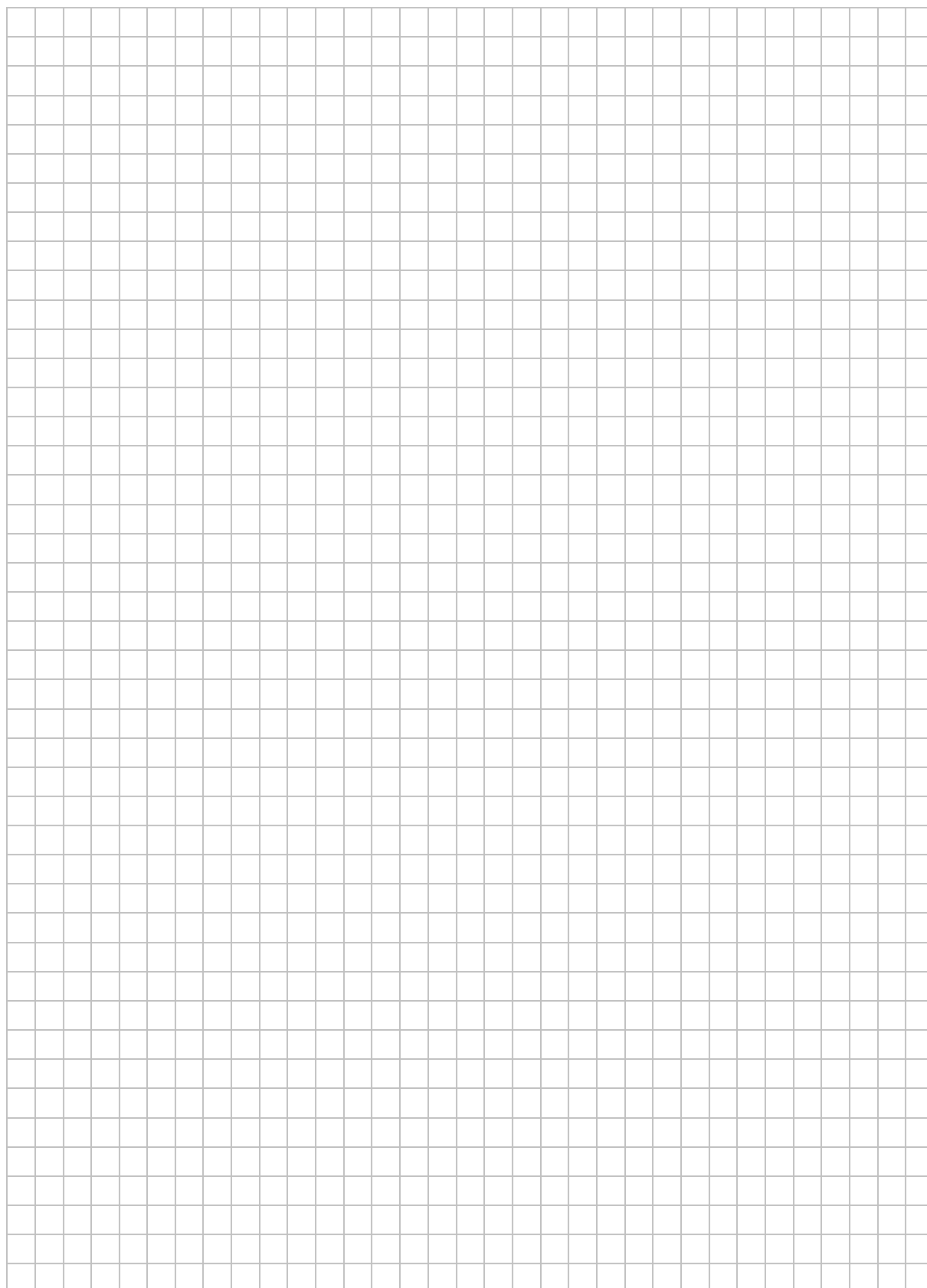
Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej a i każdej liczby rzeczywistej b prawdziwa jest nierówność

$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \leq \frac{a^2+b^2}{2}.$$

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	26.	27.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 28. (2 pkt)

Kąt α jest ostry oraz $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Oblicz wartość wyrażenia $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha}$.



Odpowiedź:

Zadanie 29. (2 pkt)

Liczby 6 , $2x+4$, $x+26$ w podanej kolejności są pierwszym, drugim i trzecim wyrazem pewnego ciągu arytmetycznego. Oblicz różnicę r tego ciągu.

Odpowiedź:

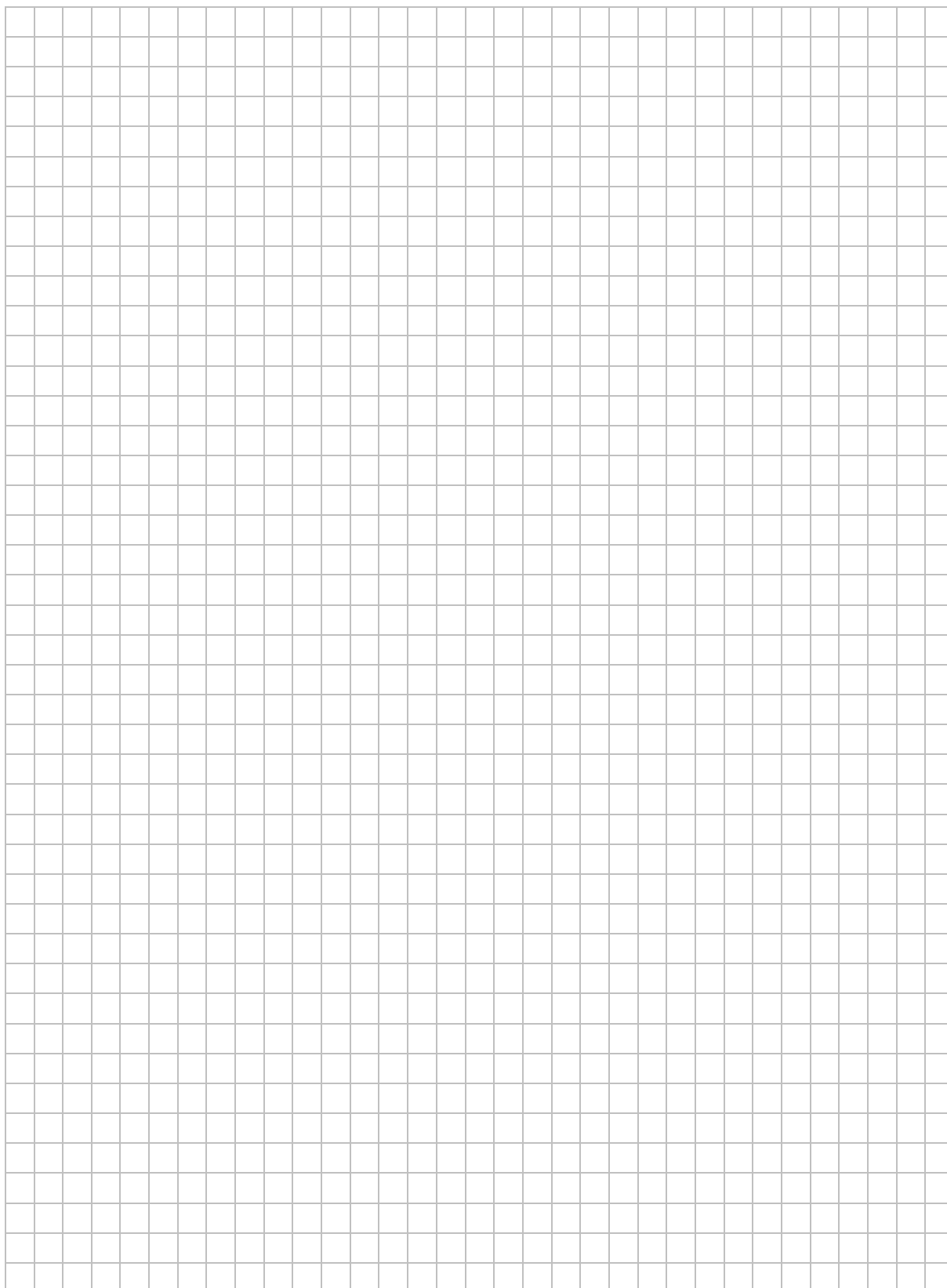
Wypełnia egzaminator	Nr zadania	28.	29.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 30. (2 pkt)

Dane są dwa podzbiory zbioru liczb całkowitych:

$$K = \{-4, -1, 1, 5, 6\} \text{ i } L = \{-3, -2, 2, 3, 4\}.$$

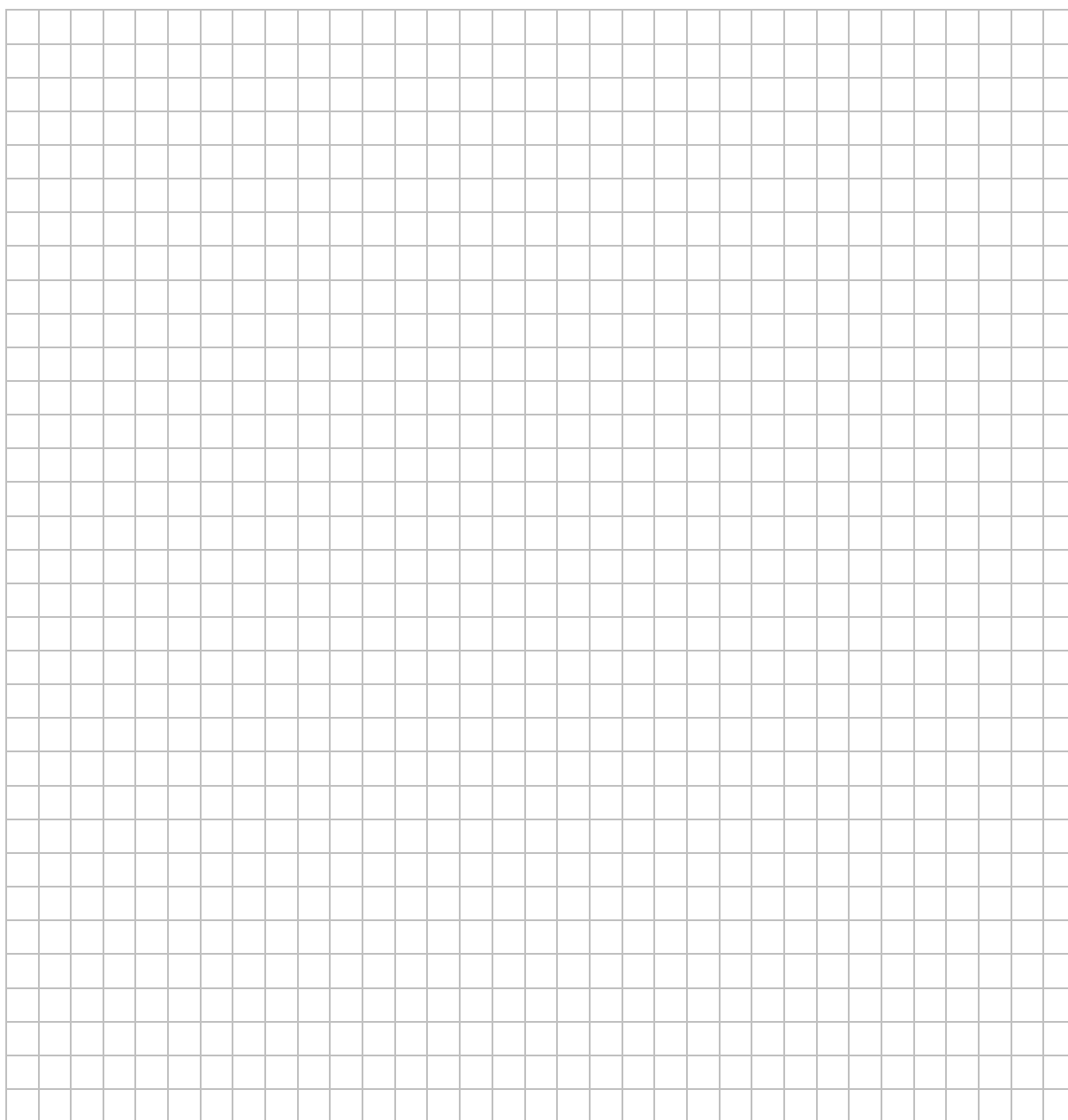
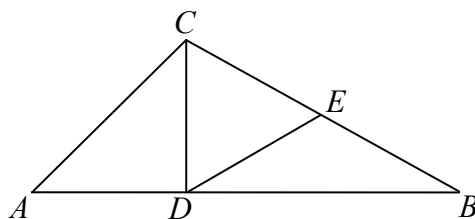
Z każdego z nich losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na wylosowaniu liczb, których iloczyn jest dodatni.



Odpowiedź:

Zadanie 31. (2 pkt)

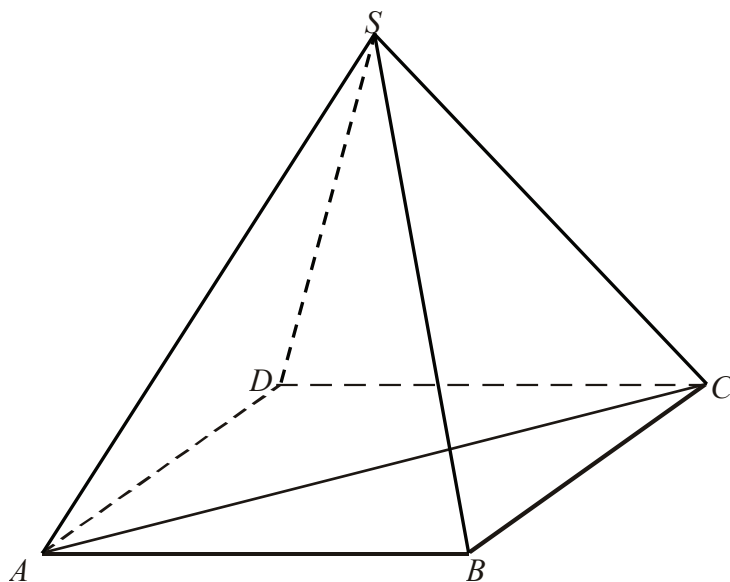
Dany jest trójkąt ABC . Odcinek CD jest wysokością tego trójkąta, punkt E jest środkiem boku BC (tak jak na rysunku) i $|CD| = |DE|$. Udowodnij, że trójkąt CDE jest równoboczny.



Wypełnia egzaminator	Nr zadania	30.	31.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 32. (4 pkt)

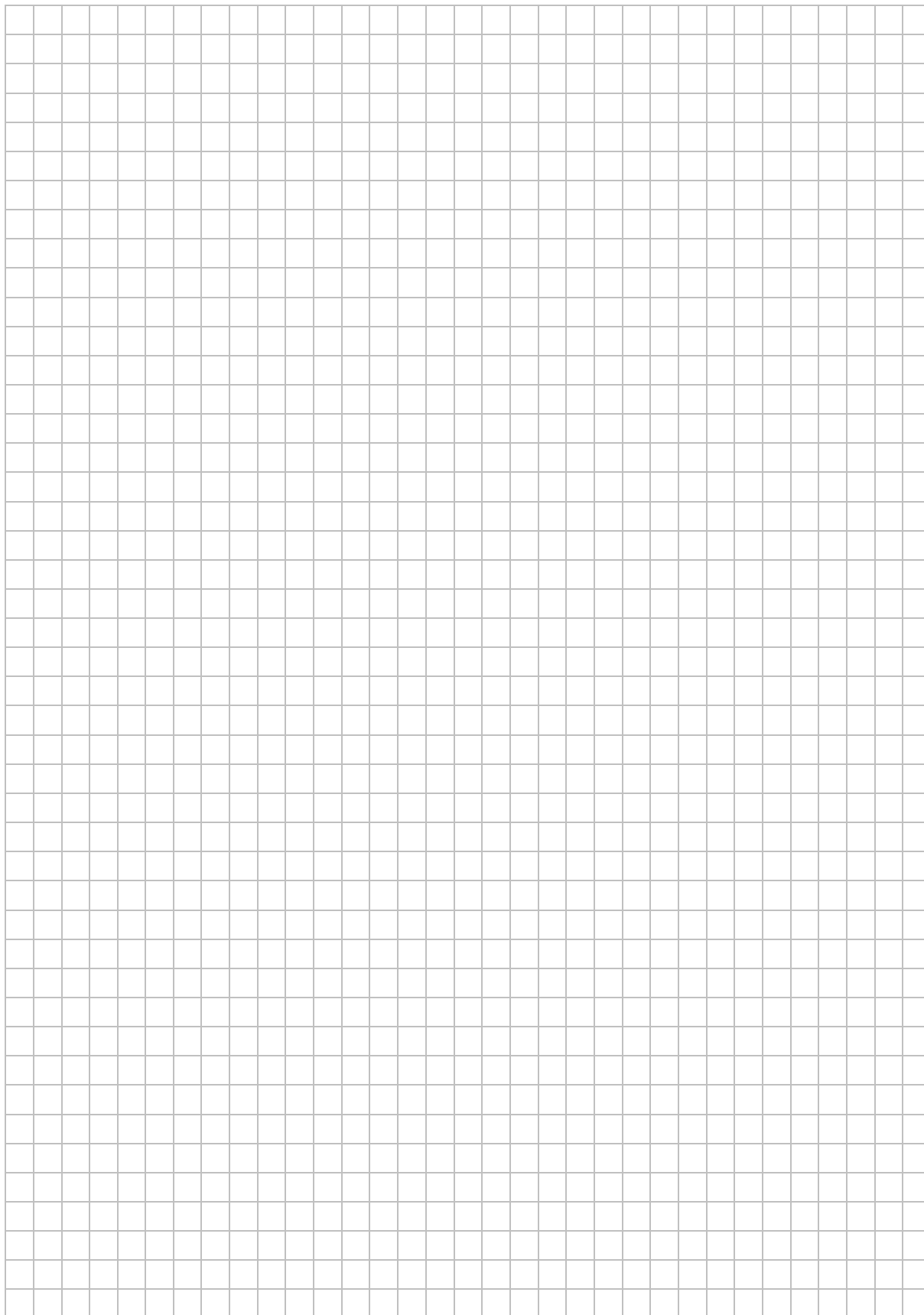
W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym $ABCD S$ (zobacz rysunek) przekątna AC podstawy ma długość $4\sqrt{2}$. Kąt ASC między przeciwległymi krawędziami bocznymi ostrosłupa ma miarę 60° . Oblicz objętość tego ostrosłupa.



Wypełnia egzaminator	Nr zadania	32.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 33. (5 pkt)

Trasę etapu wyścigu kolarskiego o długości 150 km pan Nowak pokonał w czasie o 1 godzinę i 50 minut krótszym niż jego kolega z drużyny, pan Kowalski. Średnia wartość prędkości, z jaką pan Nowak jechał na tym etapie, była o 11 km/h większa od średniej wartości prędkości pana Kowalskiego na tej trasie. Oblicz średnie wartości prędkości, z jakimi przejechali całą trasę obaj zawodnicy.

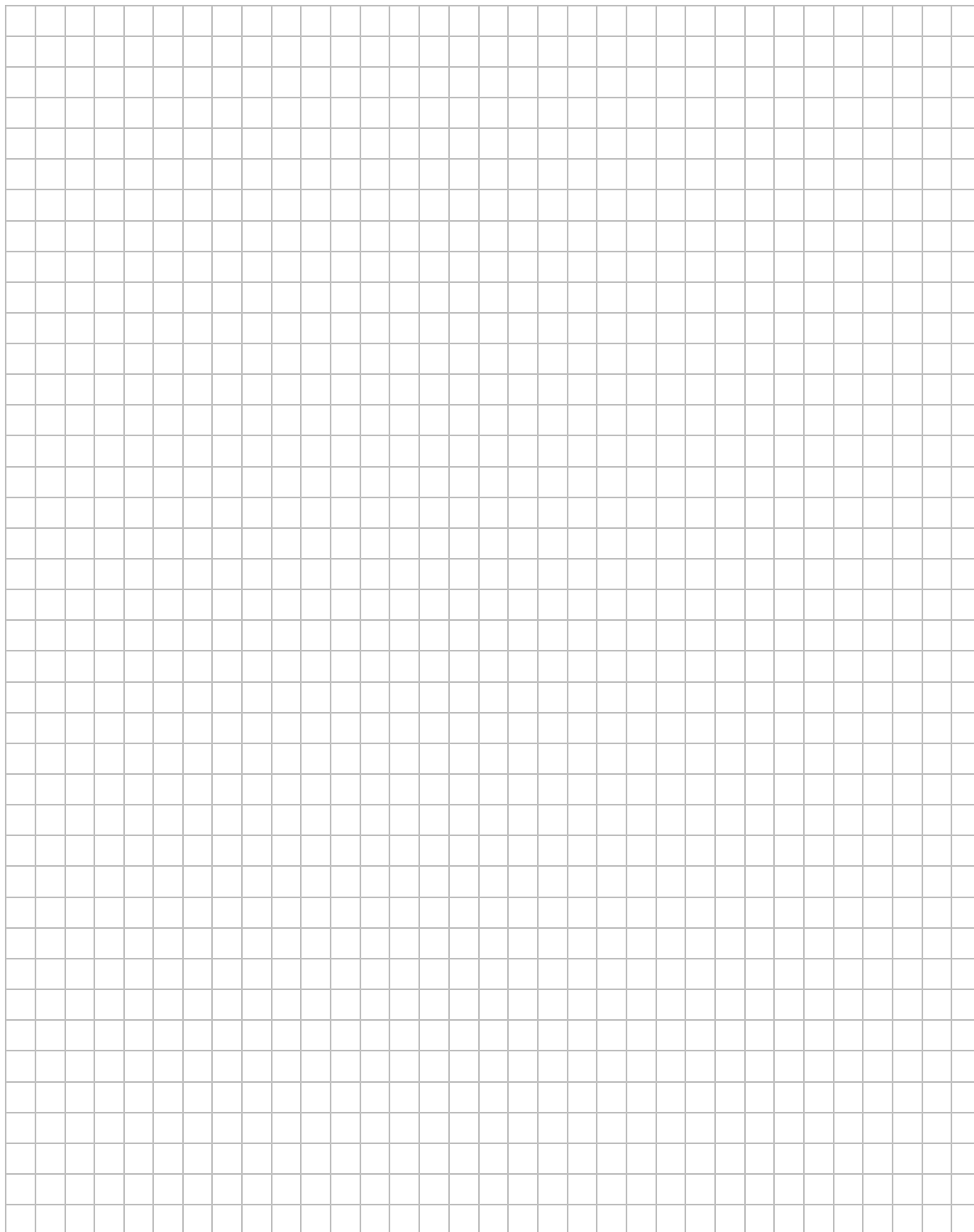


Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	33.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 34. (4 pkt)

Podstawą trójkąta równoramiennego ABC jest bok AB , gdzie $A = (2, 1)$ i $B = (5, 2)$. Ramię tego trójkąta zawiera się w prostej o równaniu $2x - y - 3 = 0$. Oblicz współrzędne wierzchołka C .



Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	34.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS