



Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

Układ graficzny © CKE 2013

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

*Miejsce
na naklejkę
z kodem*

☐ dysleksja

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 17 stron (zadania 1–11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie będziesz mógł dostać pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



8 MAJA 2015

**Godzina rozpoczęcia:
9:00**

**Czas pracy:
180 minut**

**Liczba punktów
do uzyskania: 50**

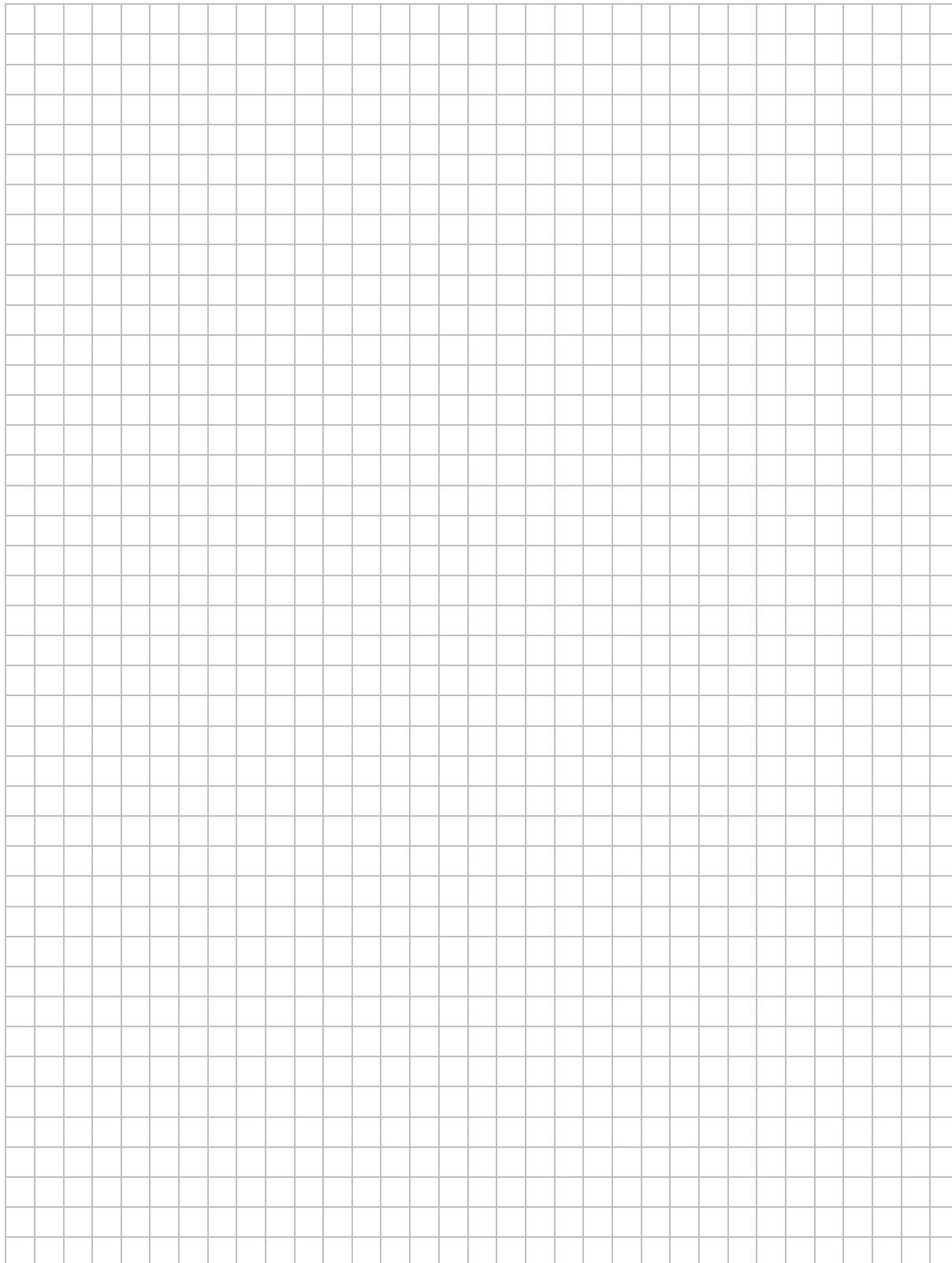
MMA-R1_1P-152

Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 1. (3 pkt)

Wykaż, że dla każdej dodatniej liczby rzeczywistej x różnej od 1 oraz dla każdej dodatniej liczby rzeczywistej y różnej od 1 prawdziwa jest równość

$$\log_x(xy) \cdot \log_y\left(\frac{y}{x}\right) = \log_y(xy) \cdot \log_x\left(\frac{y}{x}\right).$$



Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 2. (5 pkt)

Dany jest wielomian $W(x) = x^3 - 3mx^2 + (3m^2 - 1)x - 9m^2 + 20m + 4$. Wykres tego wielomianu, po przesunięciu o wektor $\vec{u} = [-3, 0]$, przechodzi przez początek układu współrzędnych. Wyznacz wszystkie pierwiastki wielomianu W .

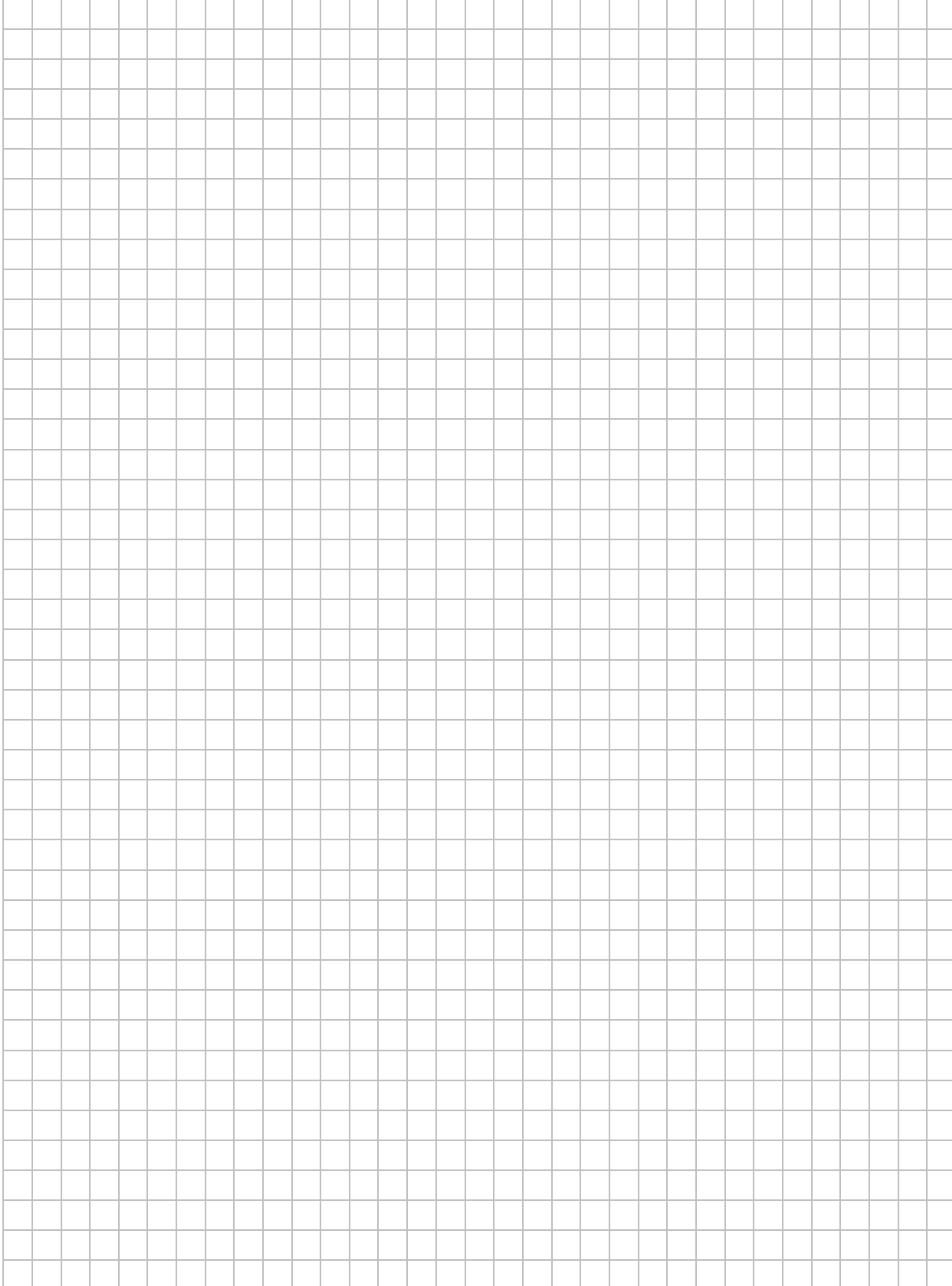
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	1.	2.
	Maks. liczba pkt	3	5
	Uzyskana liczba pkt		

Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 3. (6 pkt)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $(m^2 - m)x^2 - x + 1 = 0$ ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1, x_2 takie, że $\frac{1}{x_1 + x_2} \leq \frac{m}{3} \leq \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.



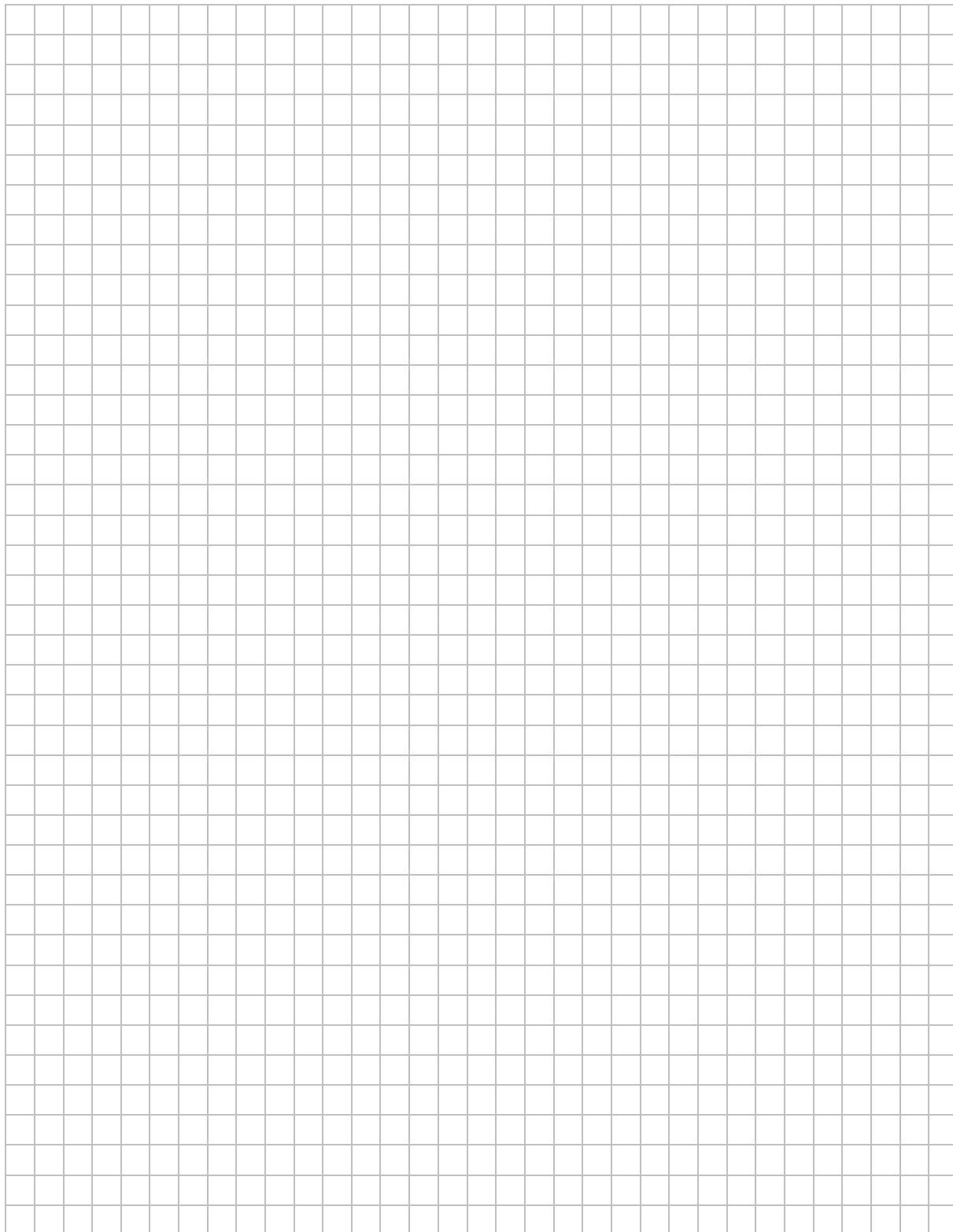
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	3.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 4. (6 pkt)

Trzy liczby tworzą ciąg arytmetyczny. Jeśli do pierwszej z nich dodamy 5, do drugiej 3, a do trzeciej 4, to otrzymamy rosnący ciąg geometryczny, w którym trzeci wyraz jest cztery razy większy od pierwszego. Znajdź te liczby.



Odpowiedź:

Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 5. (4 pkt)

Rozwiąż równanie $\sin^2 2x - 4\sin^2 x + 1 = 0$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.

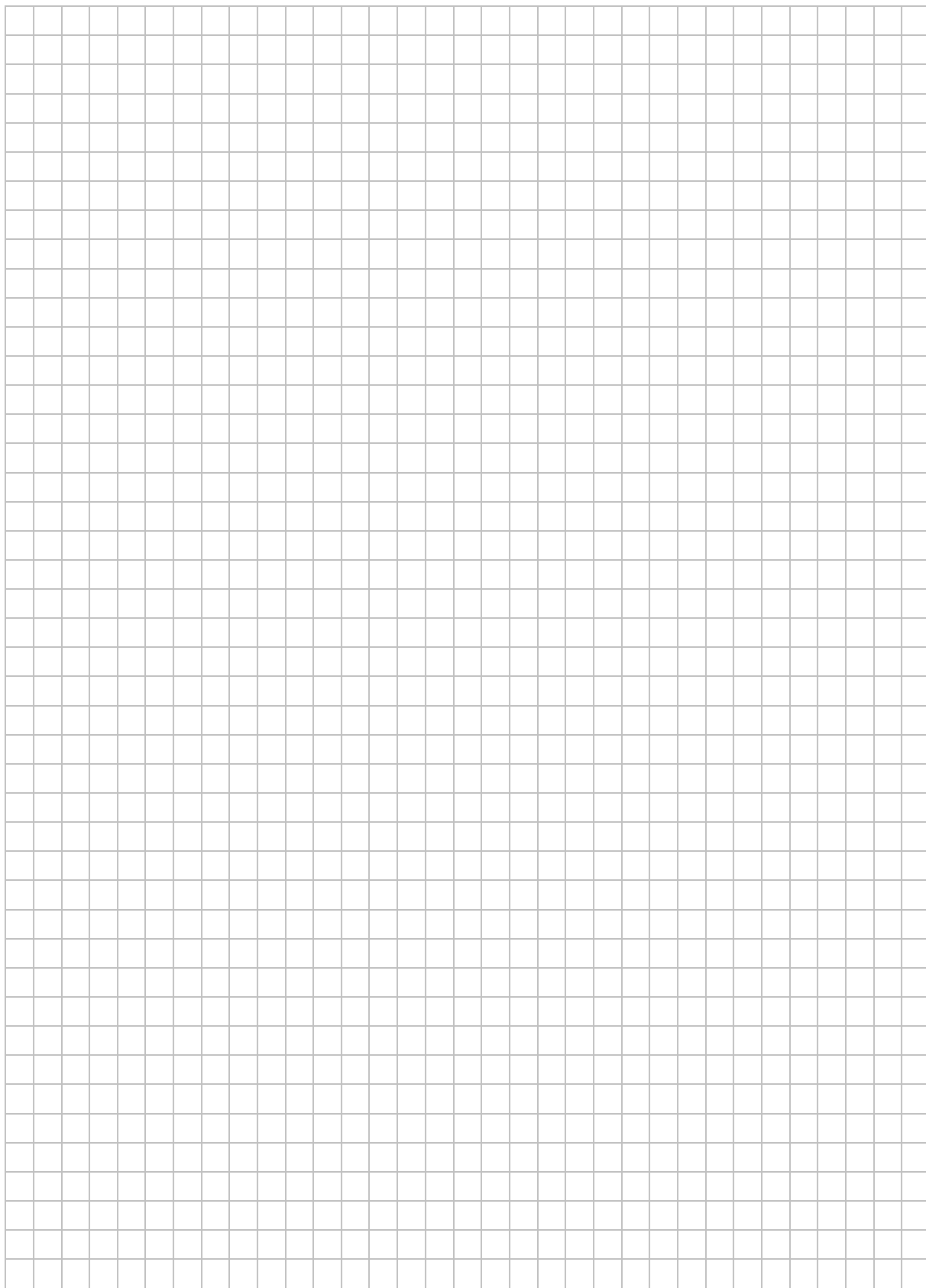
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	4.	5.
	Maks. liczba pkt	6	4
	Uzyskana liczba pkt		

Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 6. (4 pkt)

Rozwiąż nierówność $|2x - 6| + |x + 7| \geq 17$.



Odpowiedź:

Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 7. (4 pkt)

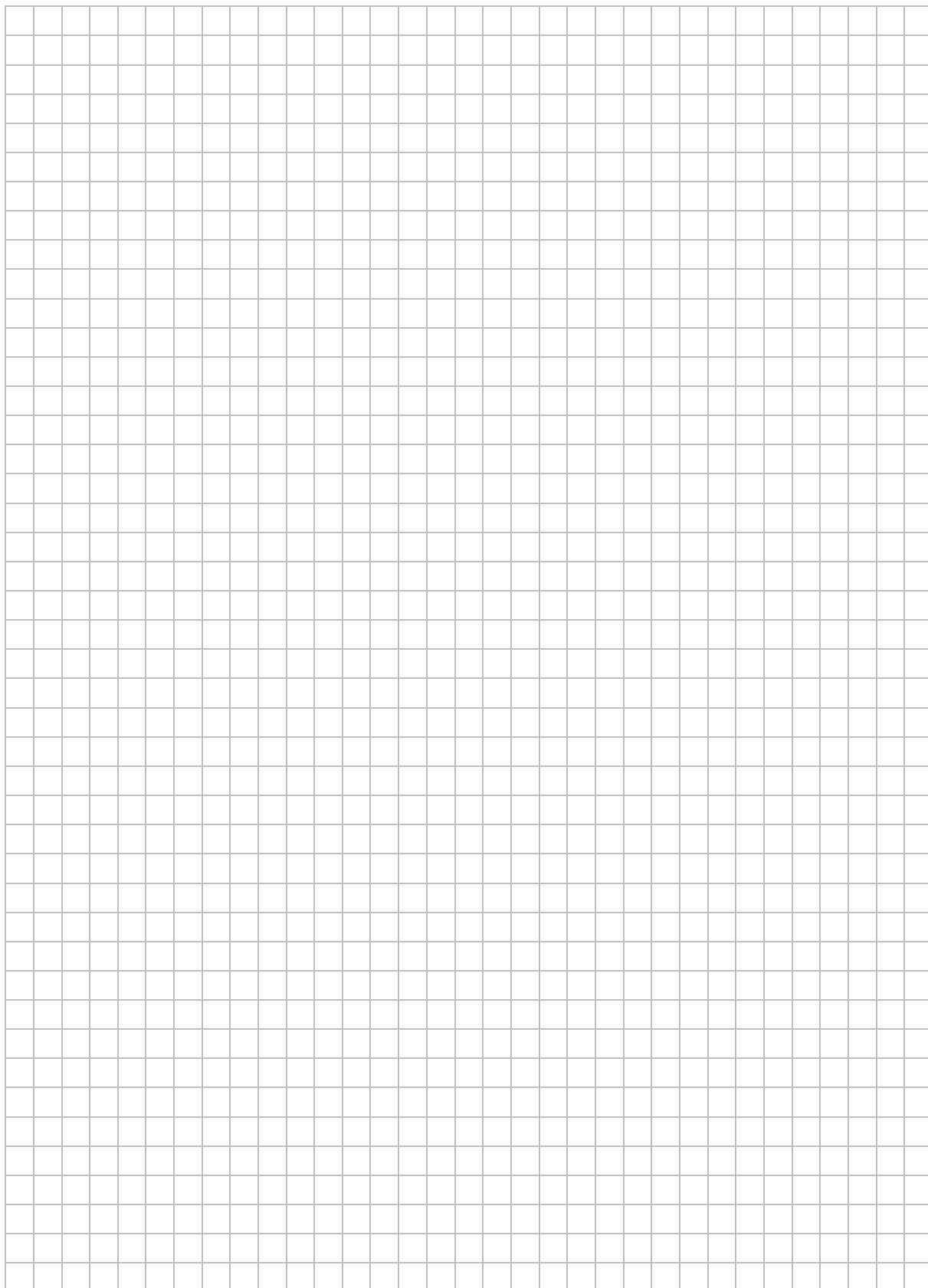
O trapezie $ABCD$ wiadomo, że można w niego wpisać okrąg, a ponadto długości jego boków AB, BC, CD, AD – w podanej kolejności – tworzą ciąg geometryczny. Uzasadnij, że trapez $ABCD$ jest rombem.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	6.	7.
	Maks. liczba pkt	4	4
	Uzyskana liczba pkt		

Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 8. (4 pkt)

Na boku AB trójkąta równobocznego ABC wybrano punkt D taki, że $|AD| : |DB| = 2 : 3$.
Oblicz tangens kąta ACD .



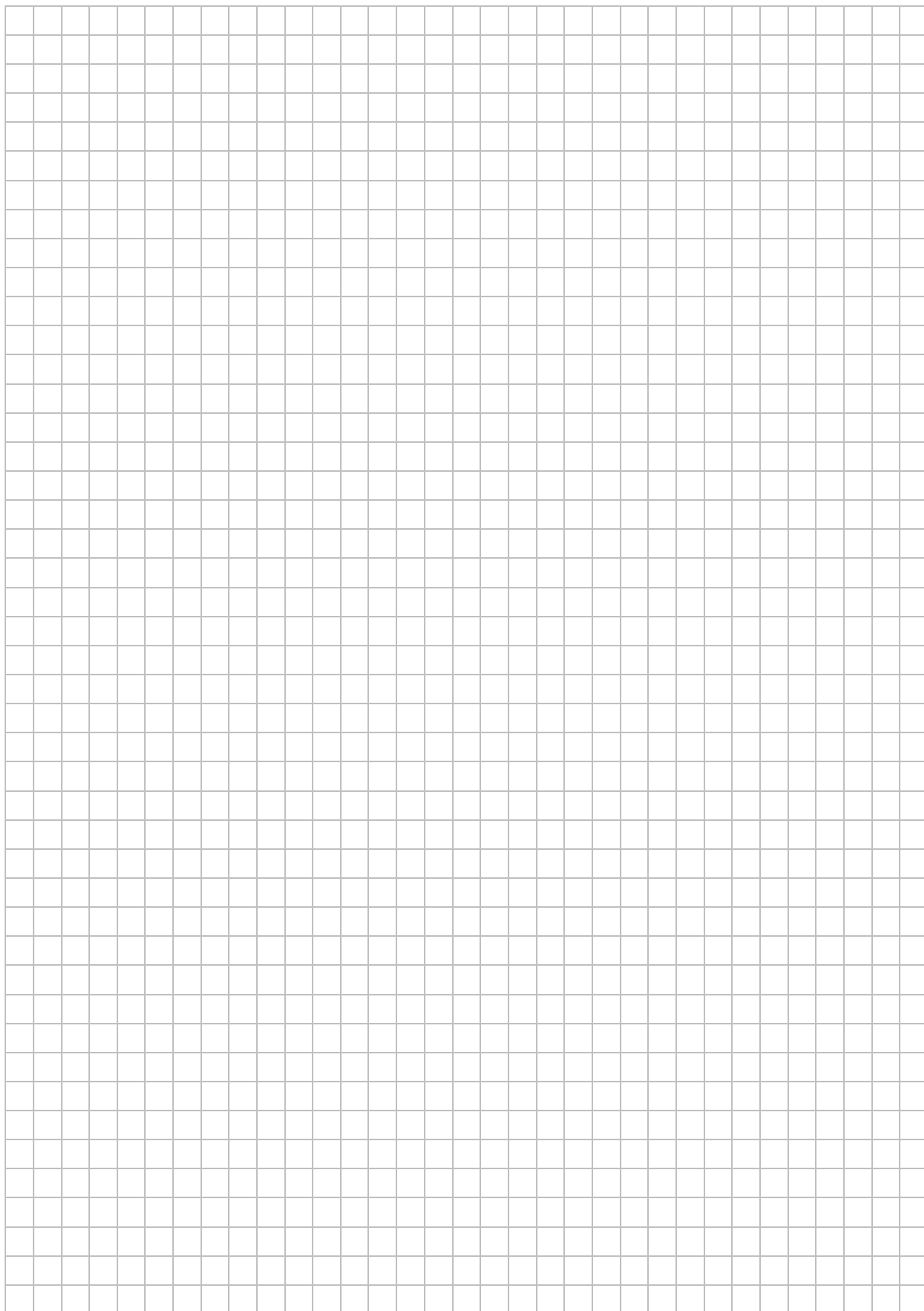
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	8.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 9. (5 pkt)

Wyznacz równania prostych stycznych do okręgu o równaniu $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$ i zarazem prostopadłych do prostej $x + 2y - 6 = 0$.

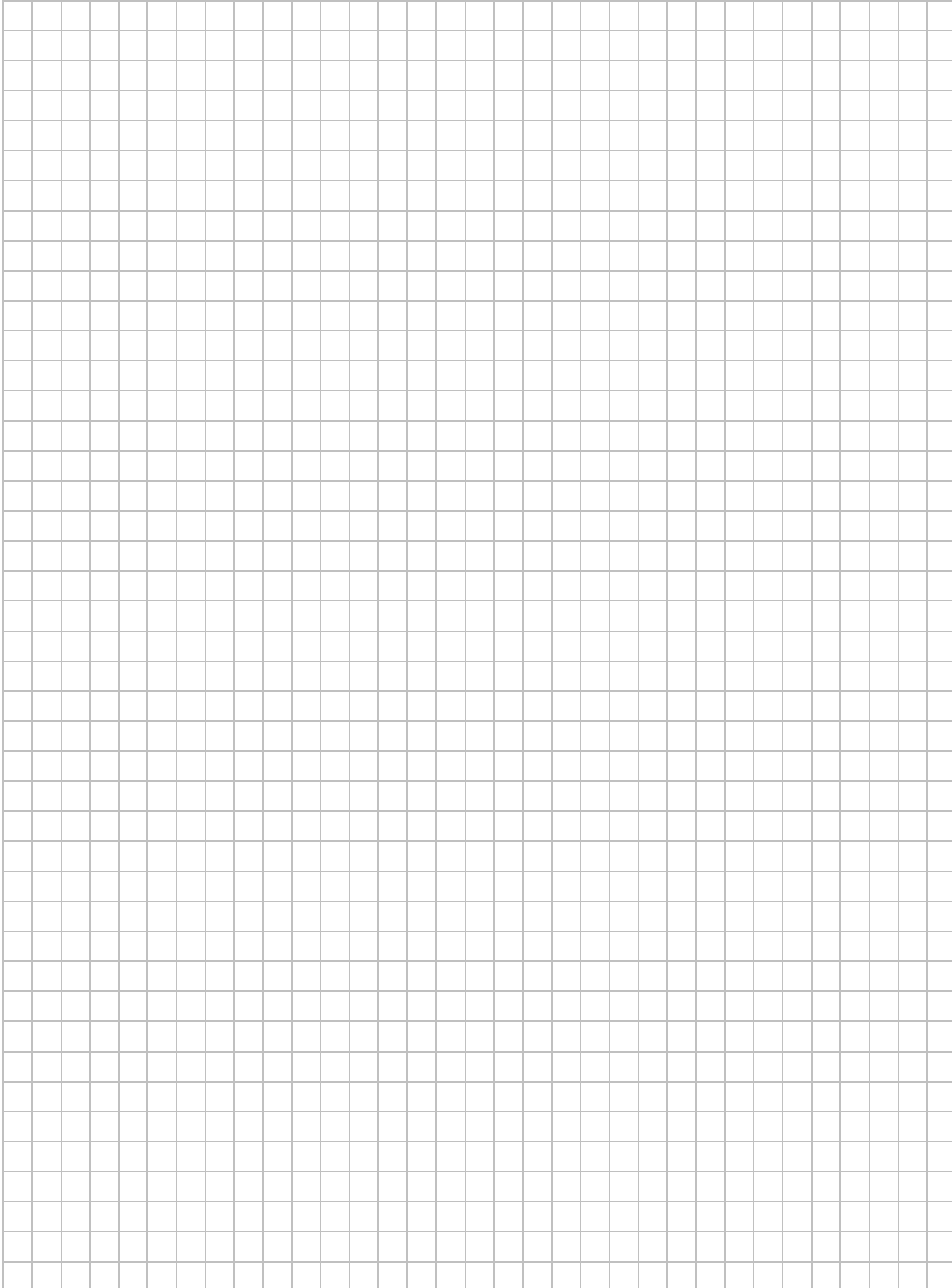


This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	9.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 10. (6 pkt)

Krawędź podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCD S$ ma długość a . Ściana boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy ostrosłupa pod kątem 2α . Ostrosłup ten przecięto płaszczyzną, która przechodzi przez krawędź podstawy i dzieli na połowy kąt pomiędzy ścianą boczną i podstawą. Oblicz pole powstałego przekroju tego ostrosłupa.



This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	10.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 11. (3 pkt)

Rozważmy rzut sześcioma kostkami do gry, z których każda ma inny kolor. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że uzyskany wynik rzutu spełnia równocześnie trzy warunki:

- dokładnie na dwóch kostkach otrzymano po jednym oczku;
- dokładnie na trzech kostkach otrzymano po sześć oczek;
- suma wszystkich otrzymanych liczb oczek jest parzysta.

Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	11.
	Maks. liczba pkt	3
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)