



Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

Układ graficzny © CKE 2013

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

*Miejsce
na naklejkę
z kodem*

☐ dysleksja

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 19 stron (zadania 1–11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie będziesz mógł dostać pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



2 CZERWCA 2015

**Godzina rozpoczęcia:
14:00**

**Czas pracy:
180 minut**

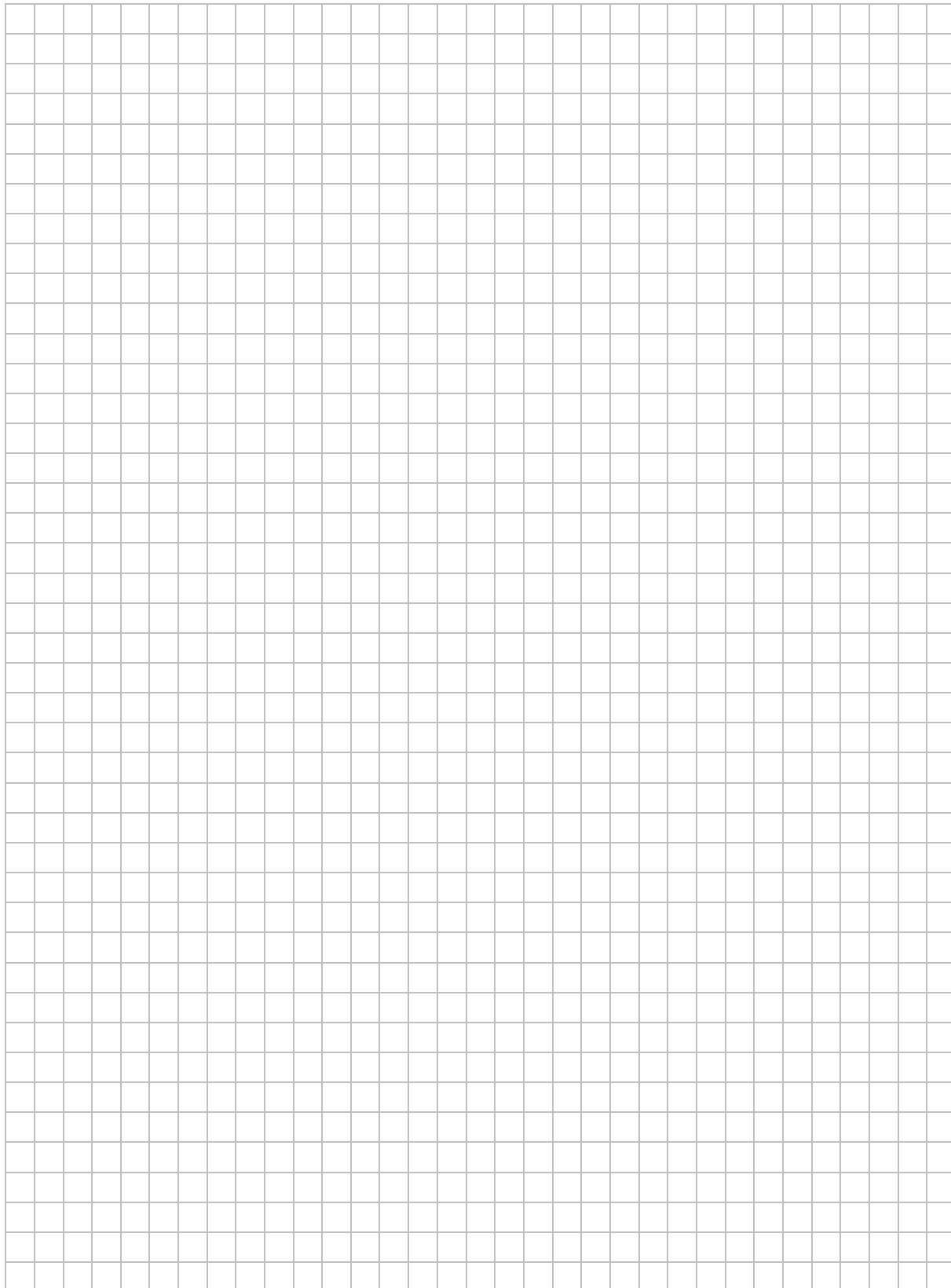
**Liczba punktów
do uzyskania: 50**

MMA-R1_1P-153

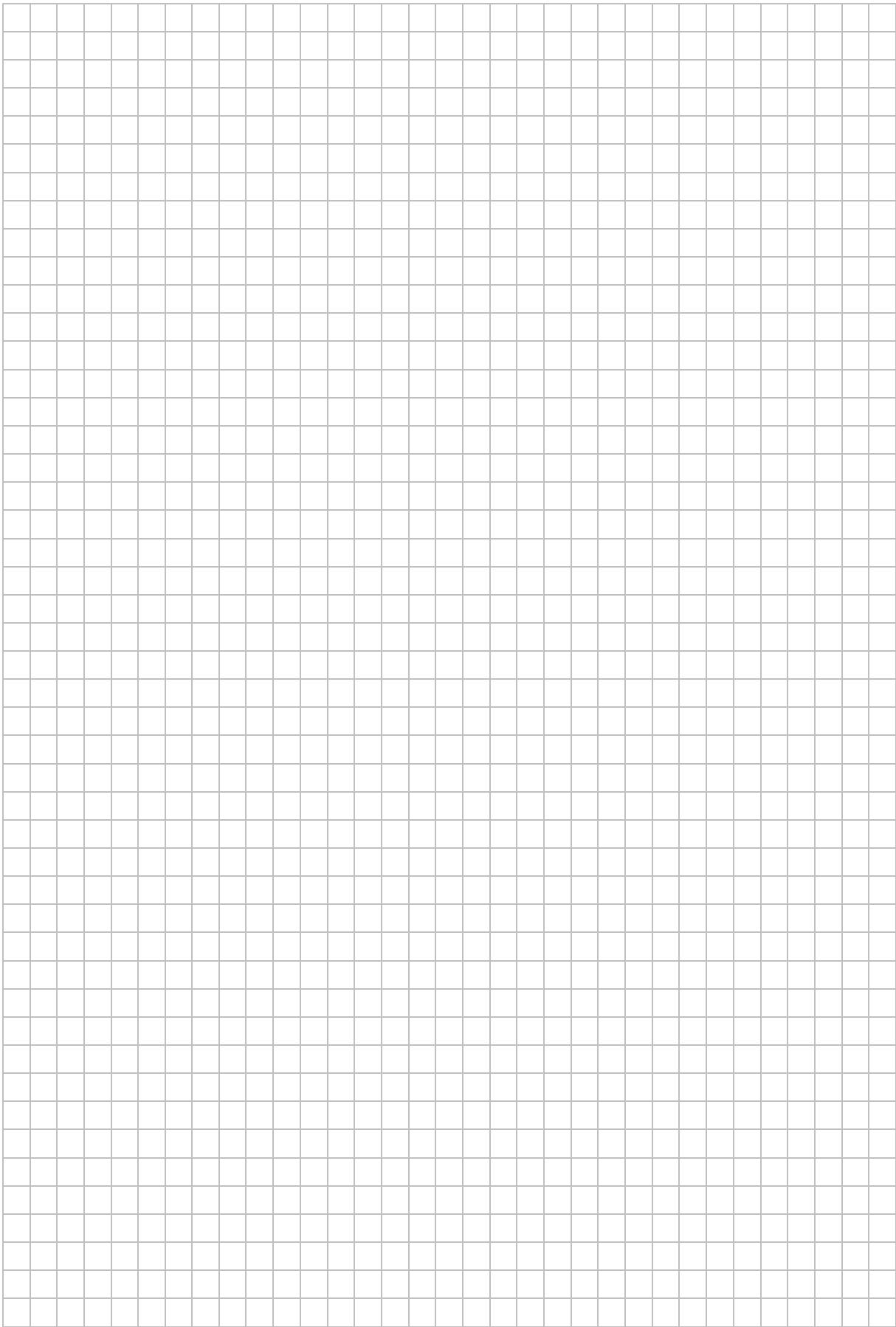
Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 1. (6 pkt)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $x^2 + 2(m-1)x + m^2 + m - 1 = 0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2 takie, że $(x_1 + x_2)(x_1^2 + x_2^2) < x_1^3 + x_2^3$.



Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony



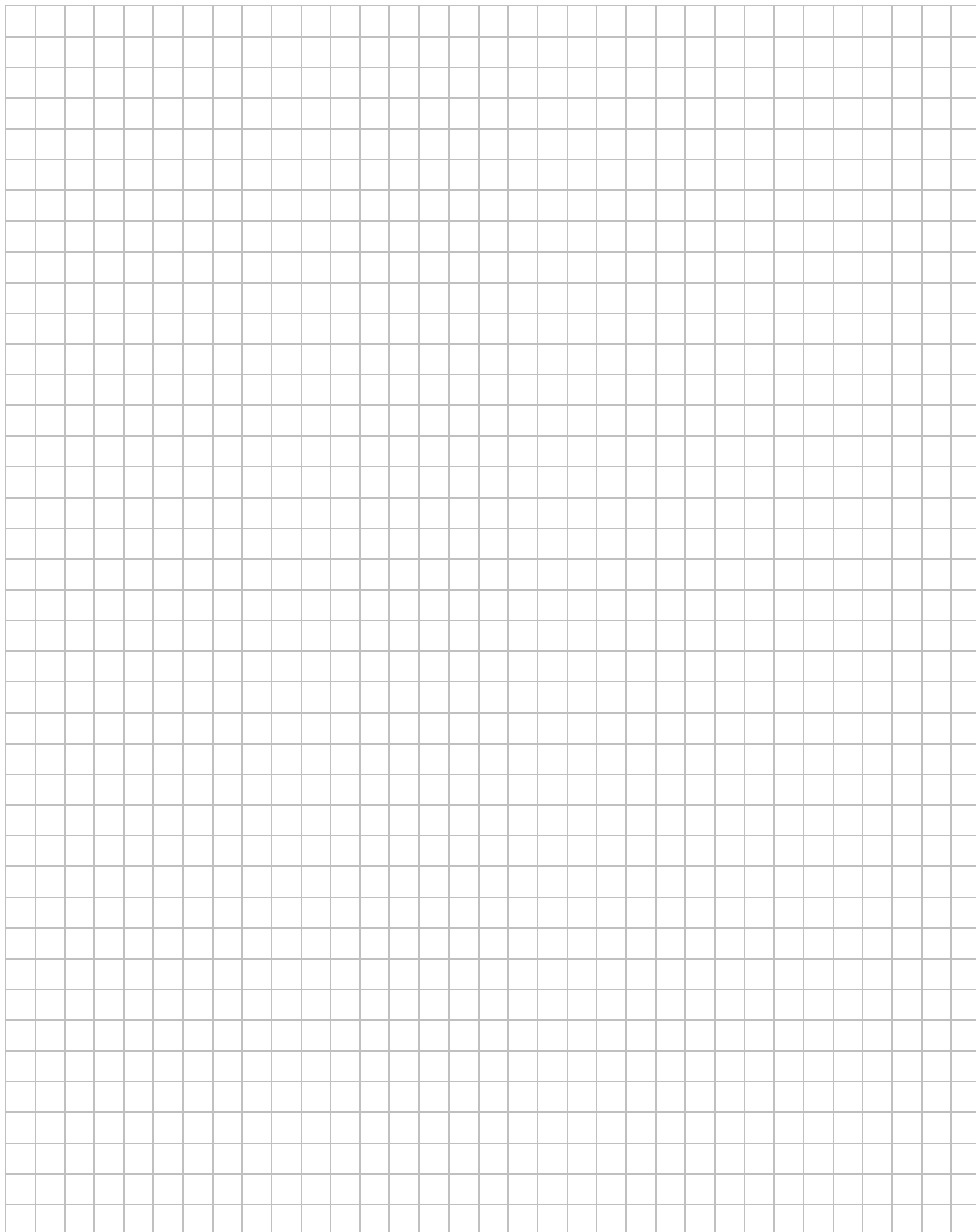
Odpowiedź:

Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 2. (4 pkt)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{x-2}{x}$ dla wszystkich liczb rzeczywistych x takich,

że $x \neq 0$. Rozwiąż nierówność $\left| f\left(\frac{1}{x+1}\right) - 3 \right| \leq 4$.

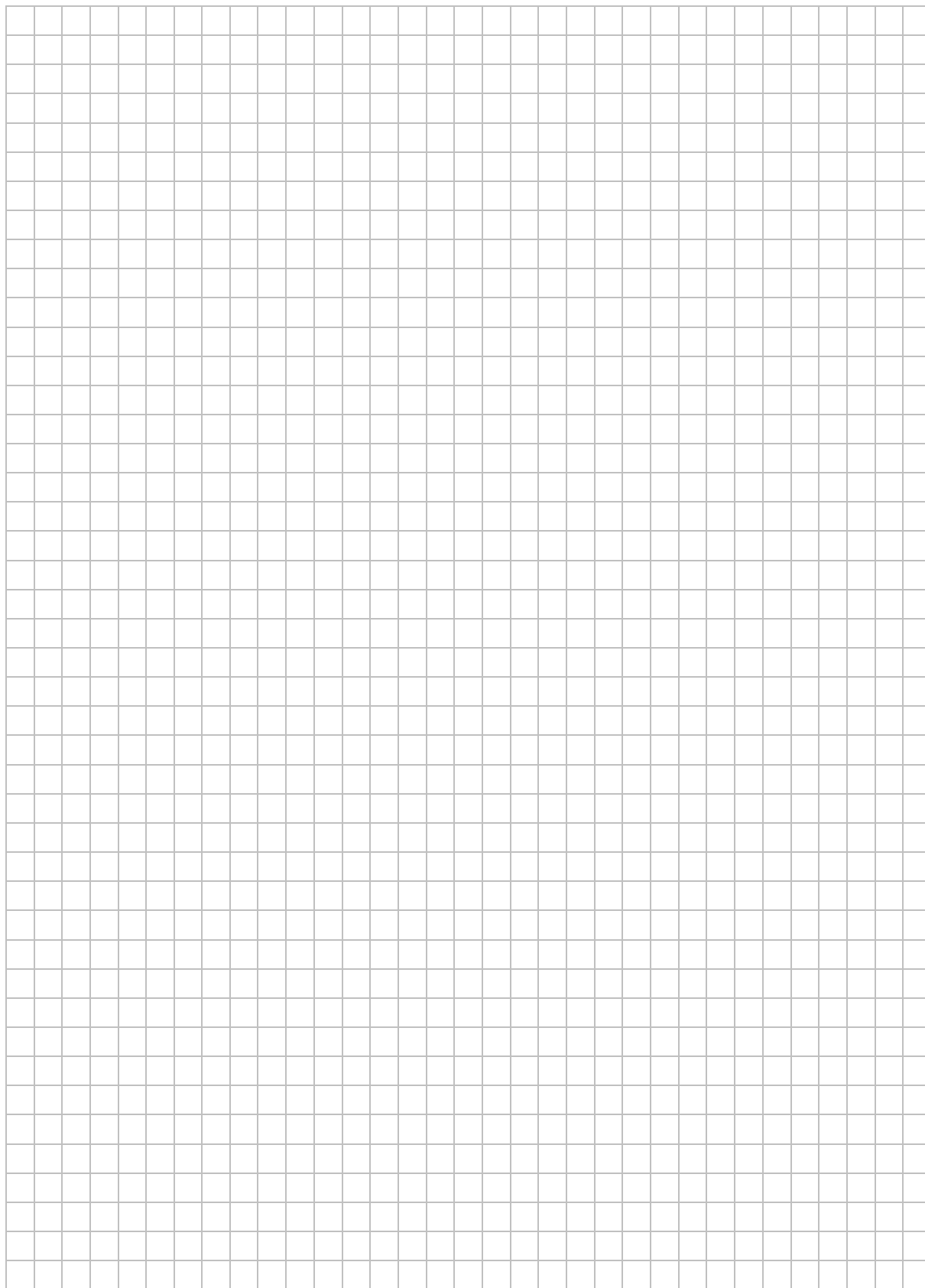


Odpowiedź:

Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 3. (4 pkt)

Rozwiąż równanie $\sin 2x + \sqrt{3} \sin x = 0$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.

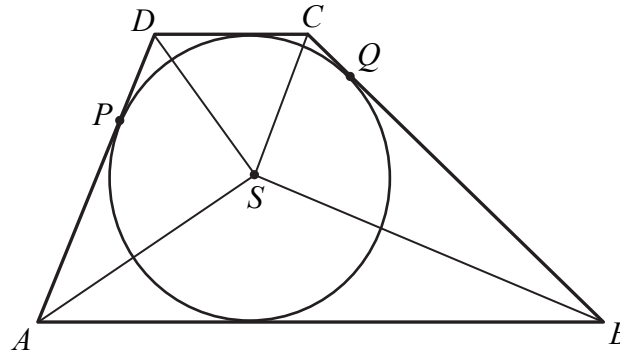


Odpowiedź:

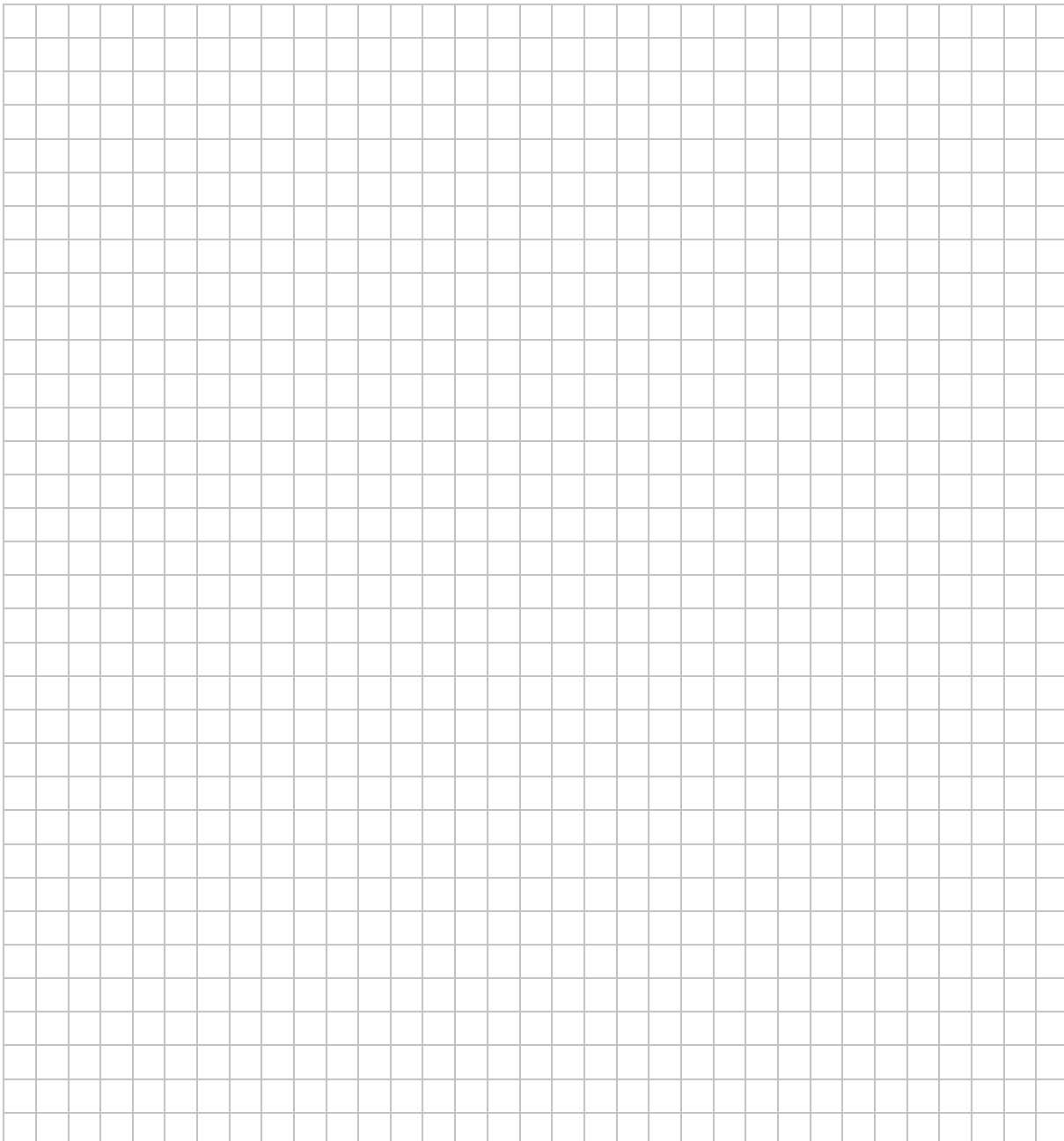
Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 4. (3 pkt)

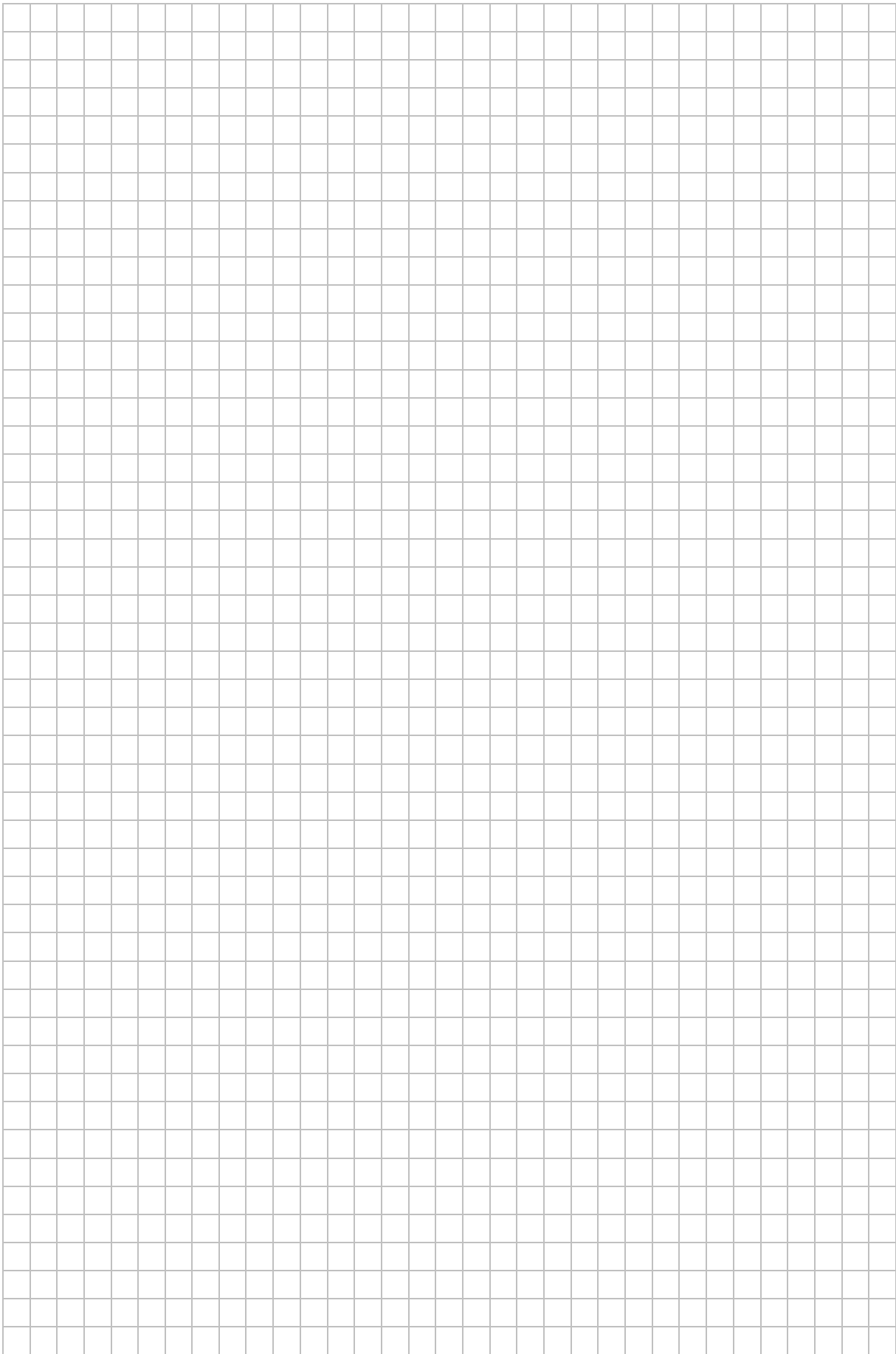
W trapez $ABCD$ wpisano okrąg o środku S . Okrąg ten jest styczny do ramion AD i BC tego trapezu w punktach odpowiednio P i Q (zobacz rysunek).



Uzasadnij, że trójkąt ASD jest prostokątny. Wykaż, że $|AP| \cdot |DP| = |BQ| \cdot |CQ|$.



Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

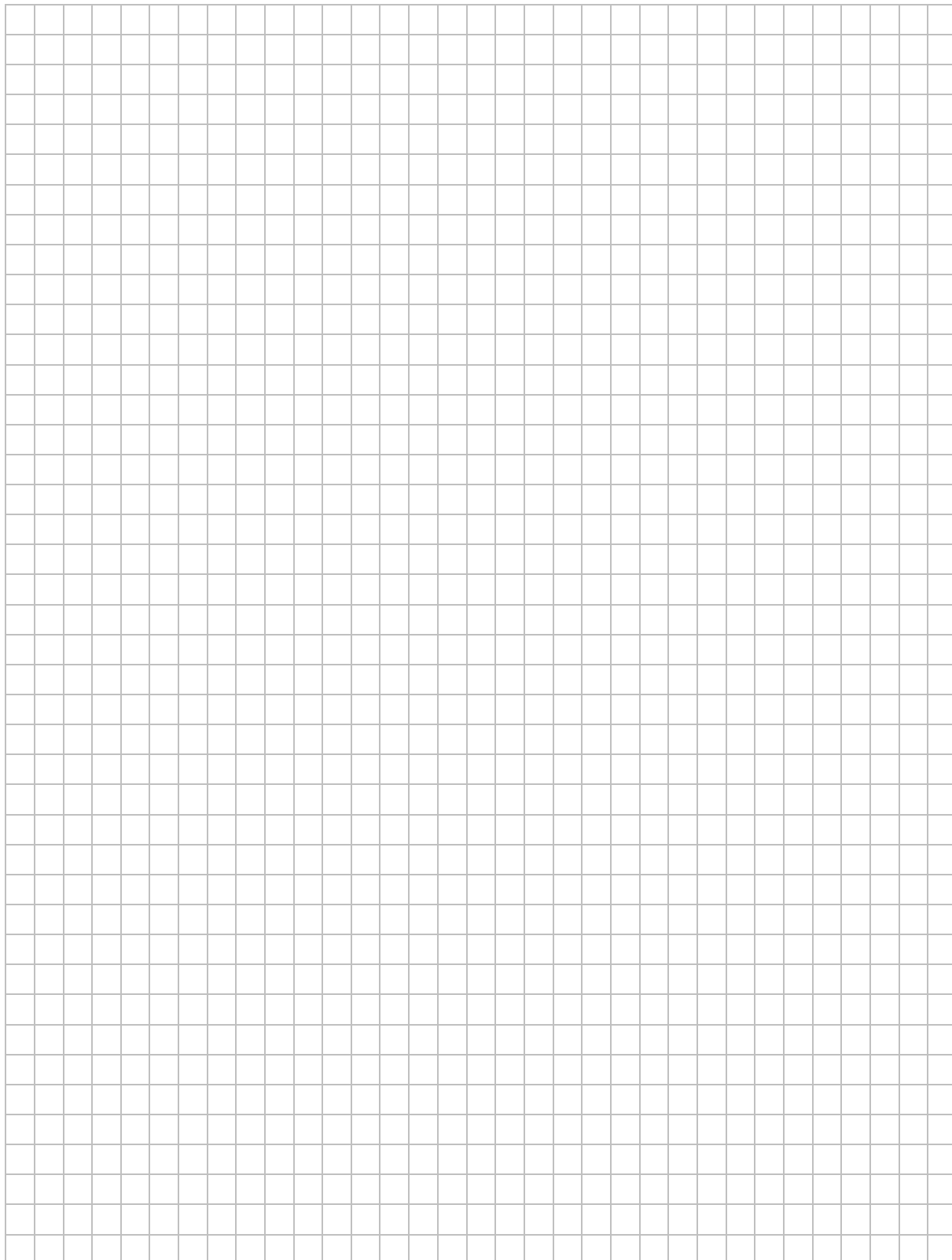


Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 5. (3 pkt)

Wykaż, że dla każdej dodatniej i różnej od jedności liczby a i dla każdej dodatniej i różnej od jedności liczby b spełniona jest równość

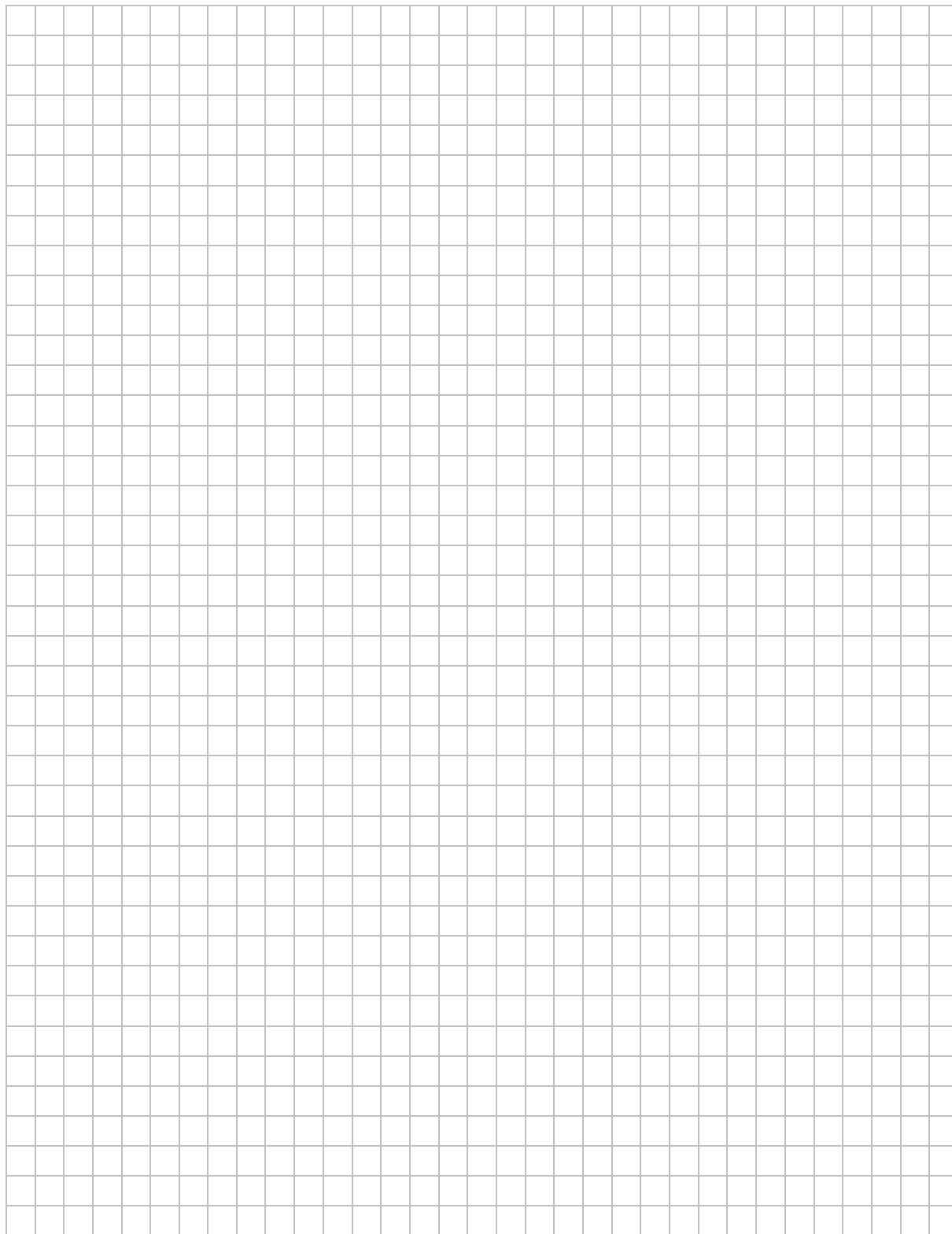
$$\frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_{a^2} b} + \frac{1}{\log_{a^3} b} + \dots + \frac{1}{\log_{a^9} b} + \frac{1}{\log_{a^{10}} b} = \frac{55}{\log_a b}.$$



Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 6. (5 pkt)

Prosta l , na której leży punkt $A = (2, 5)$, przecina parabolę o równaniu $y = x^2$ w dwóch różnych punktach $B = (x_1, y_1)$ i $C = (x_2, y_2)$. Oblicz wartość współczynnika kierunkowego prostej l , przy której suma $y_1 + y_2$ osiągnie wartość najmniejszą.

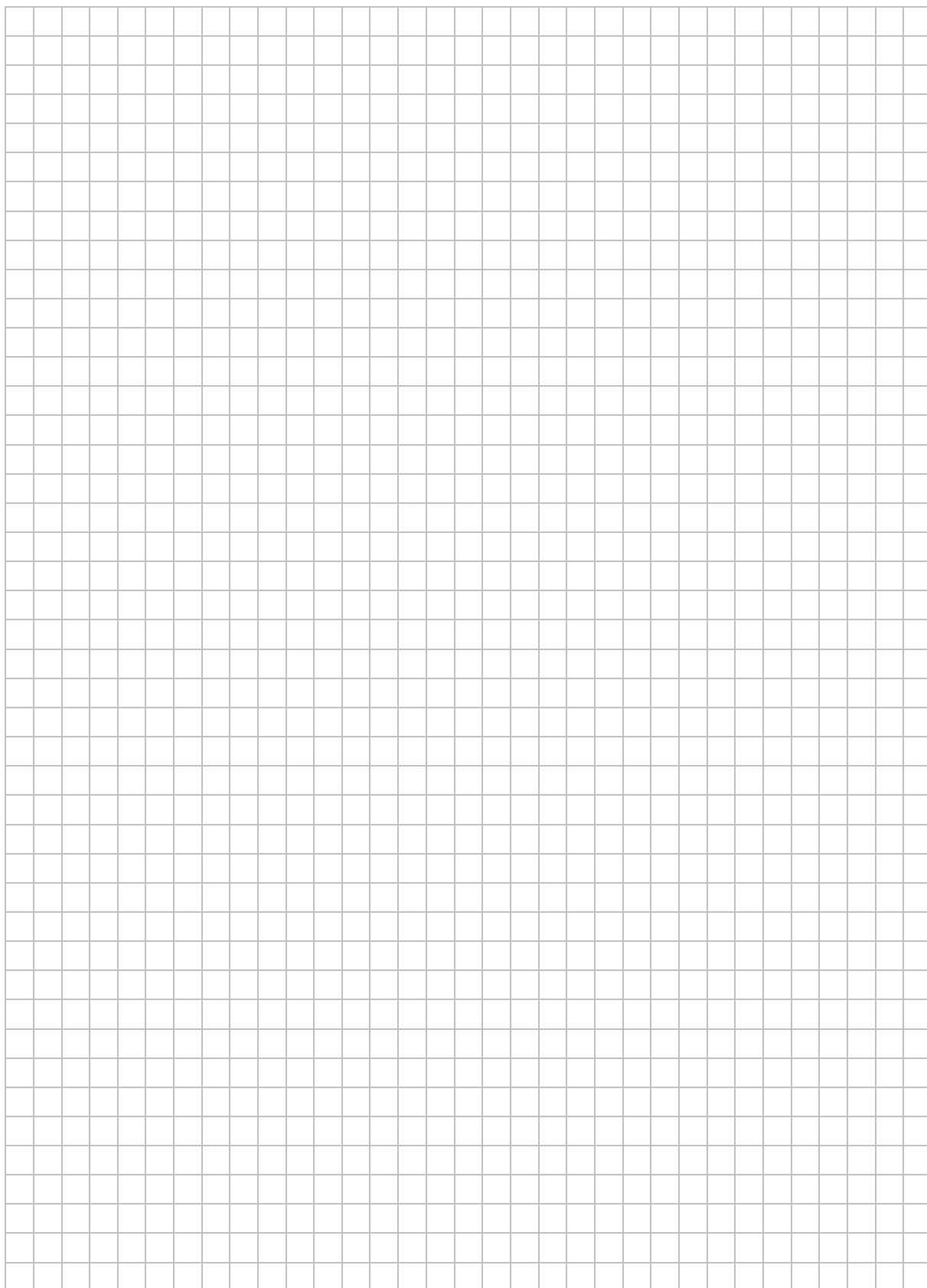


Odpowiedź:

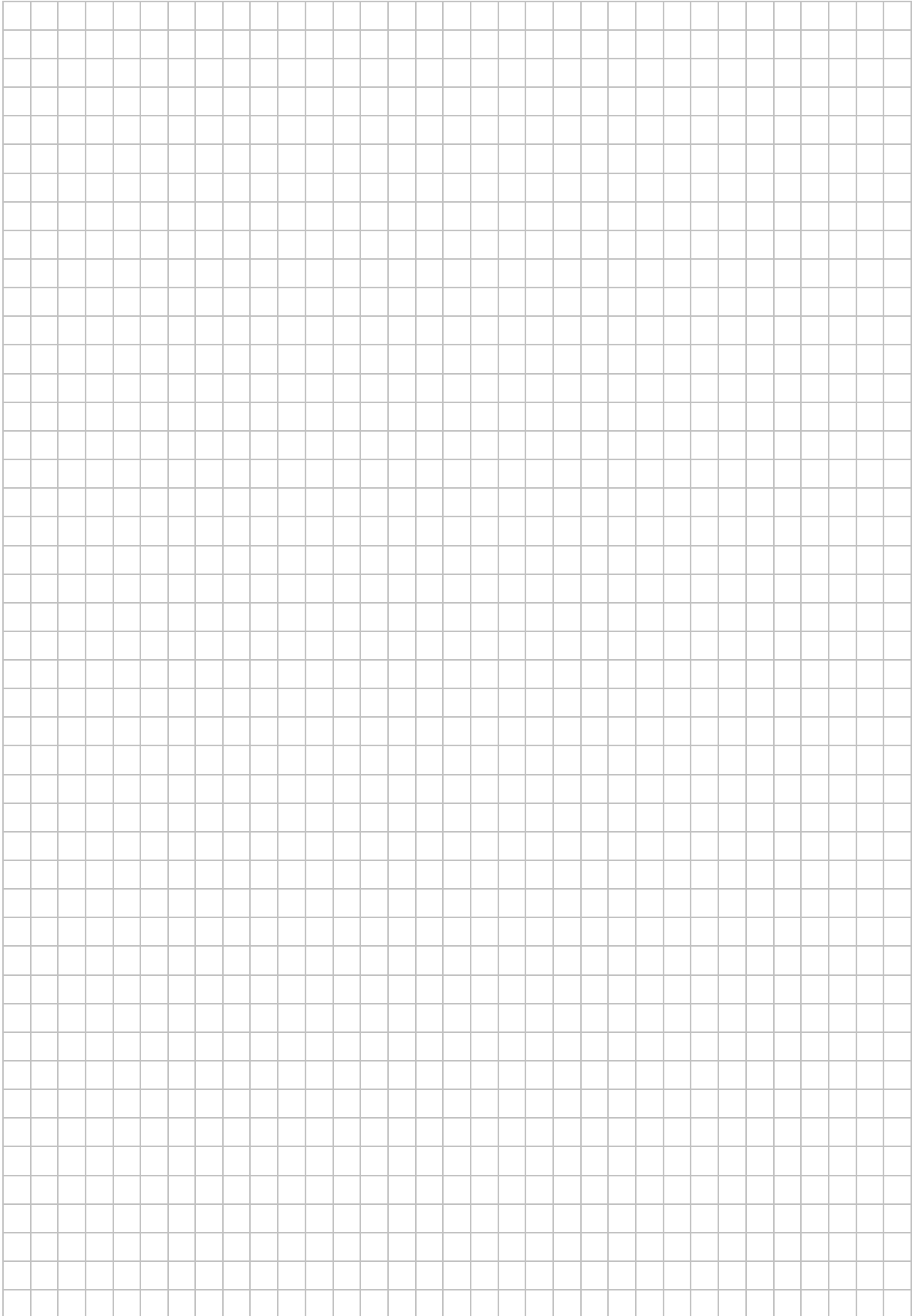
Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 7. (6 pkt)

Trzy liczby, których suma jest równa 105, są kolejnymi wyrazami rosnącego ciągu geometrycznego. Pierwsza z tych liczb jest jednocześnie pierwszym, druga szóstym, a trzecia dwudziestym szóstym wyrazem pewnego ciągu arytmetycznego. Oblicz te liczby.



Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

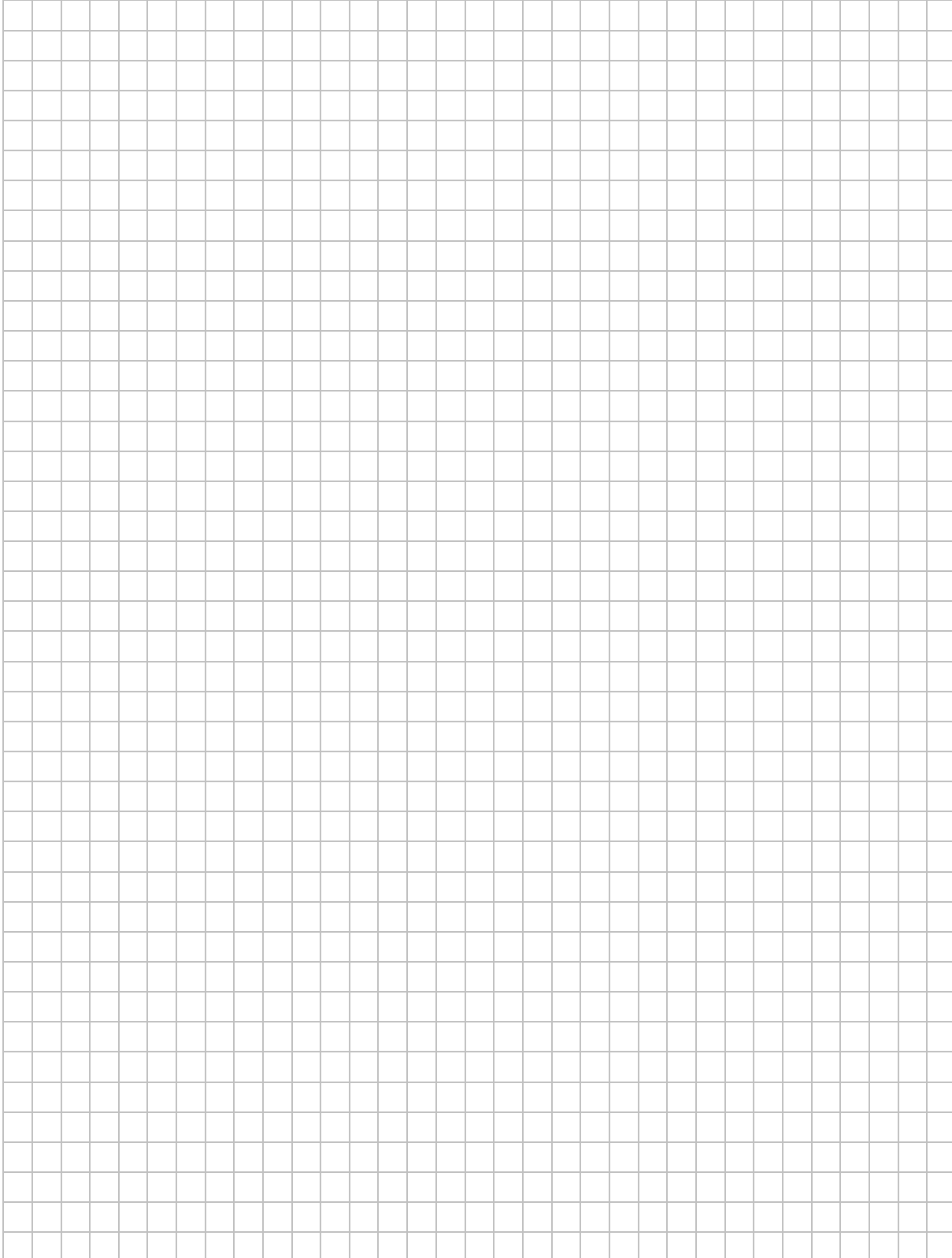


Odpowiedź:

Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 8. (6 pkt)

Punkt $M = (5, 6)$ jest środkiem ramienia BC trójkąta równoramiennego ABC , w którym $|AC| = |BC|$. Podstawa AB tego trójkąta jest zawarta w prostej o równaniu $y = \frac{1}{3}x + 1$ oraz $A = (-3, 0)$. Oblicz współrzędne wierzchołka B tego trójkąta.

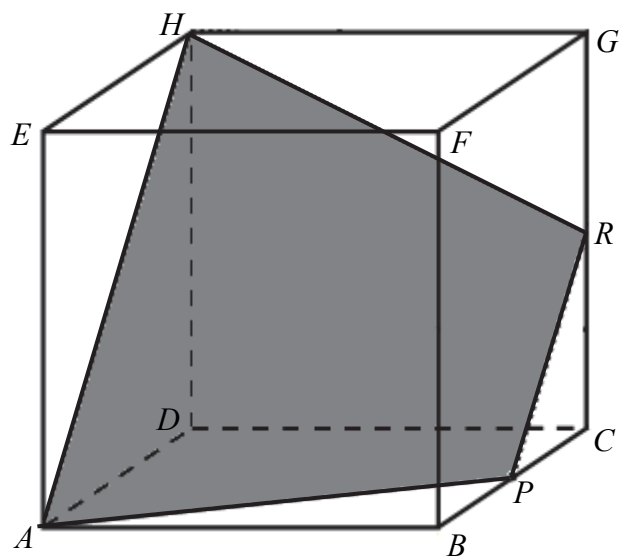


This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

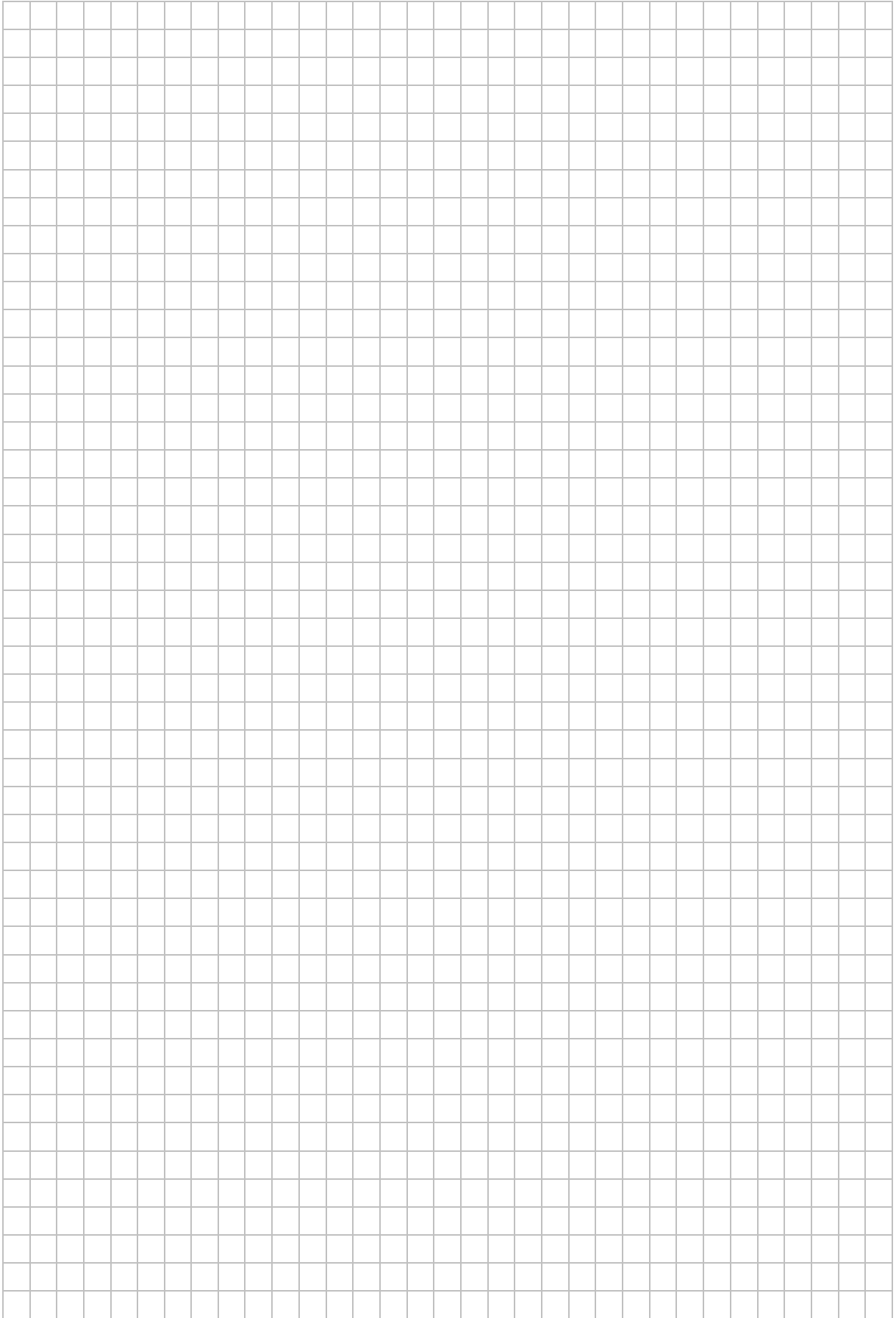
Strona 13 z 19

Zadanie 9. (5 pkt)

Dany jest sześcian $ABCDEFGH$ o krawędzi długości 2. Punkt P jest środkiem krawędzi BC . Płaszczyzna AHP przecina krawędź CG w punkcie R (zobacz rysunek). Oblicz pole przekroju tego sześcianu płaszczyzną przechodzącą przez punkty A , H , R i P .



Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

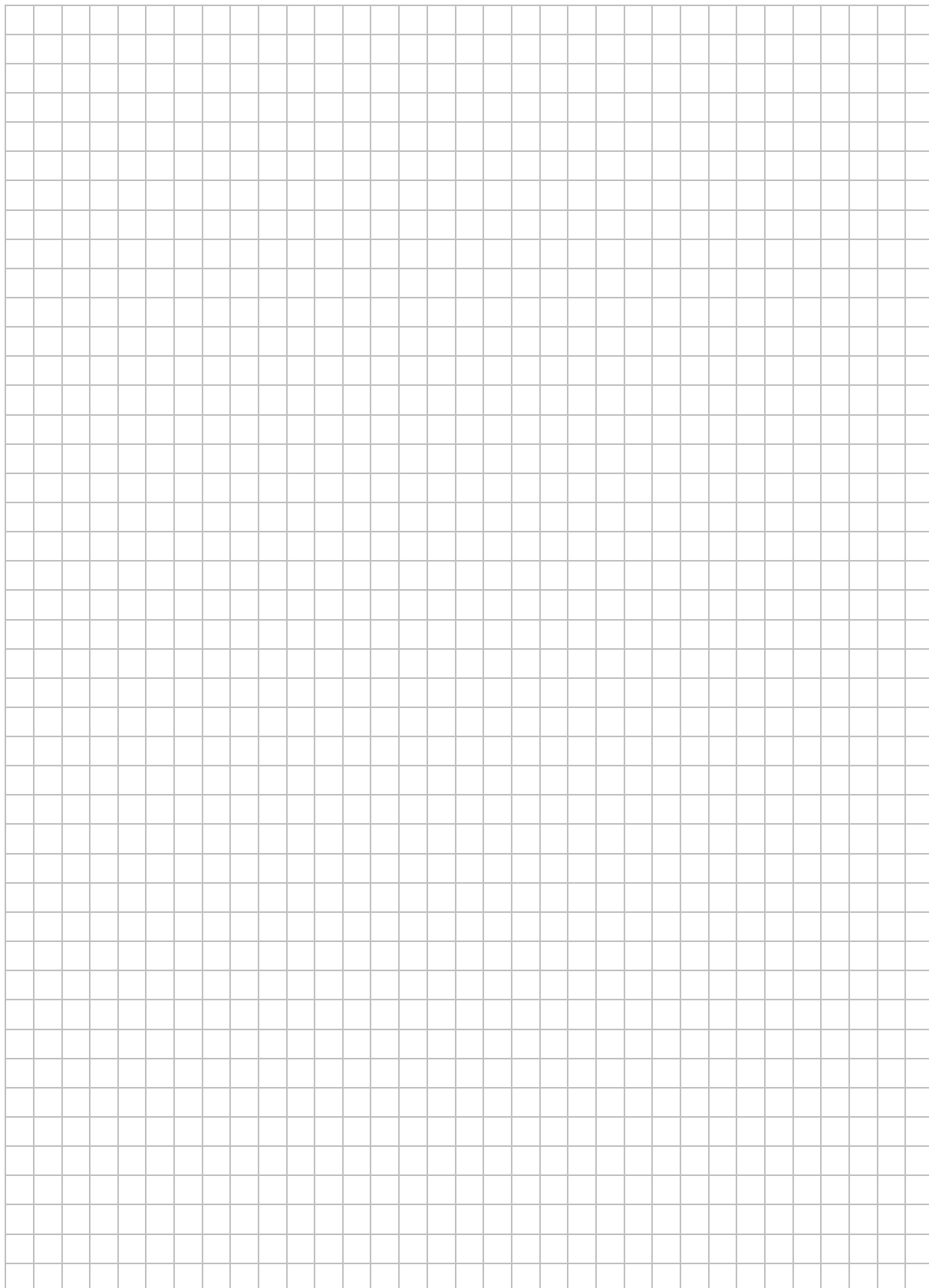


Odpowiedź:

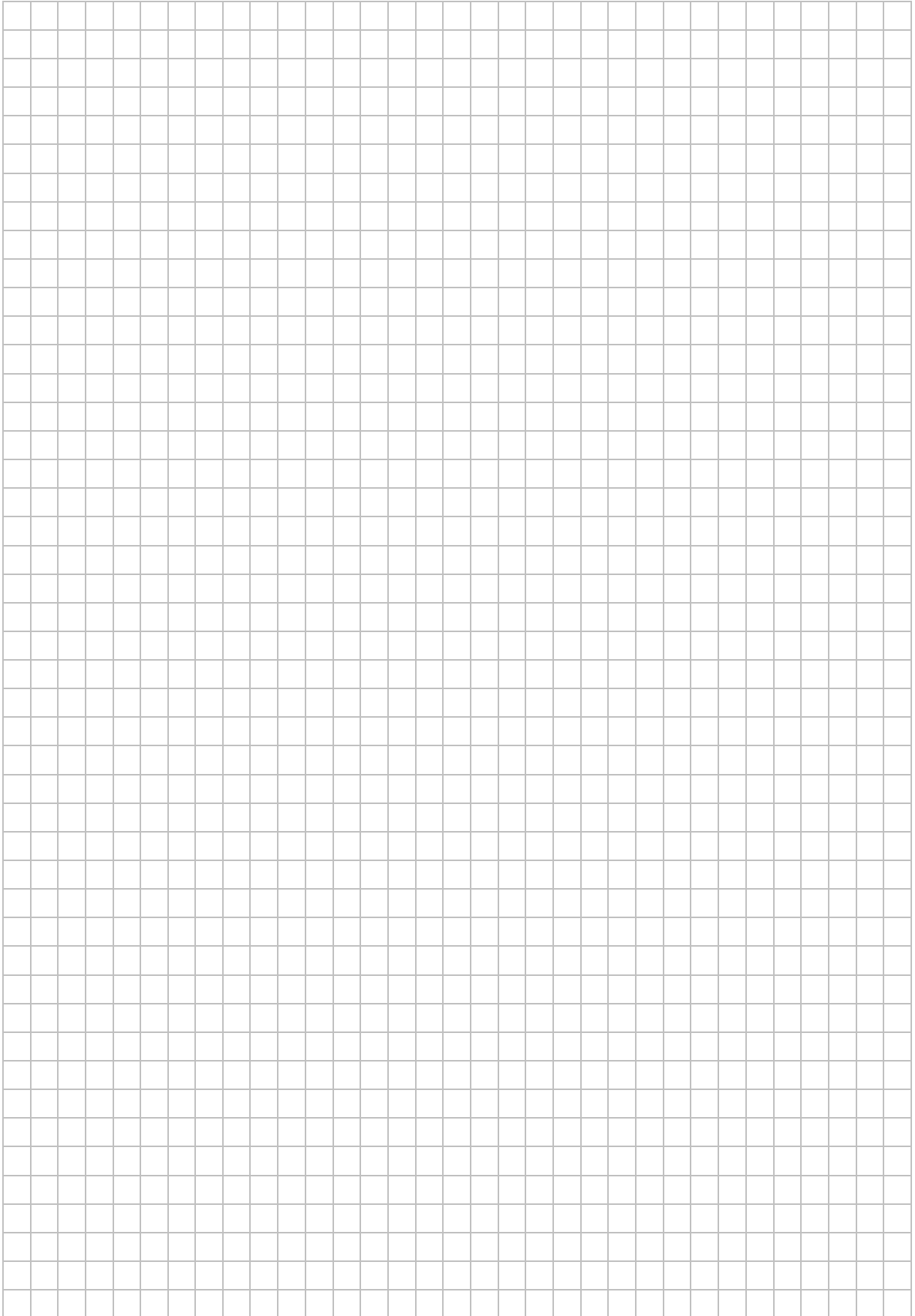
Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 10. (4 pkt)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których liczba 1 jest jedynym całkowitym pierwiastkiem wielomianu $W(x) = mx^3 + x^2 + (m^2 - 9)x + m$.



Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

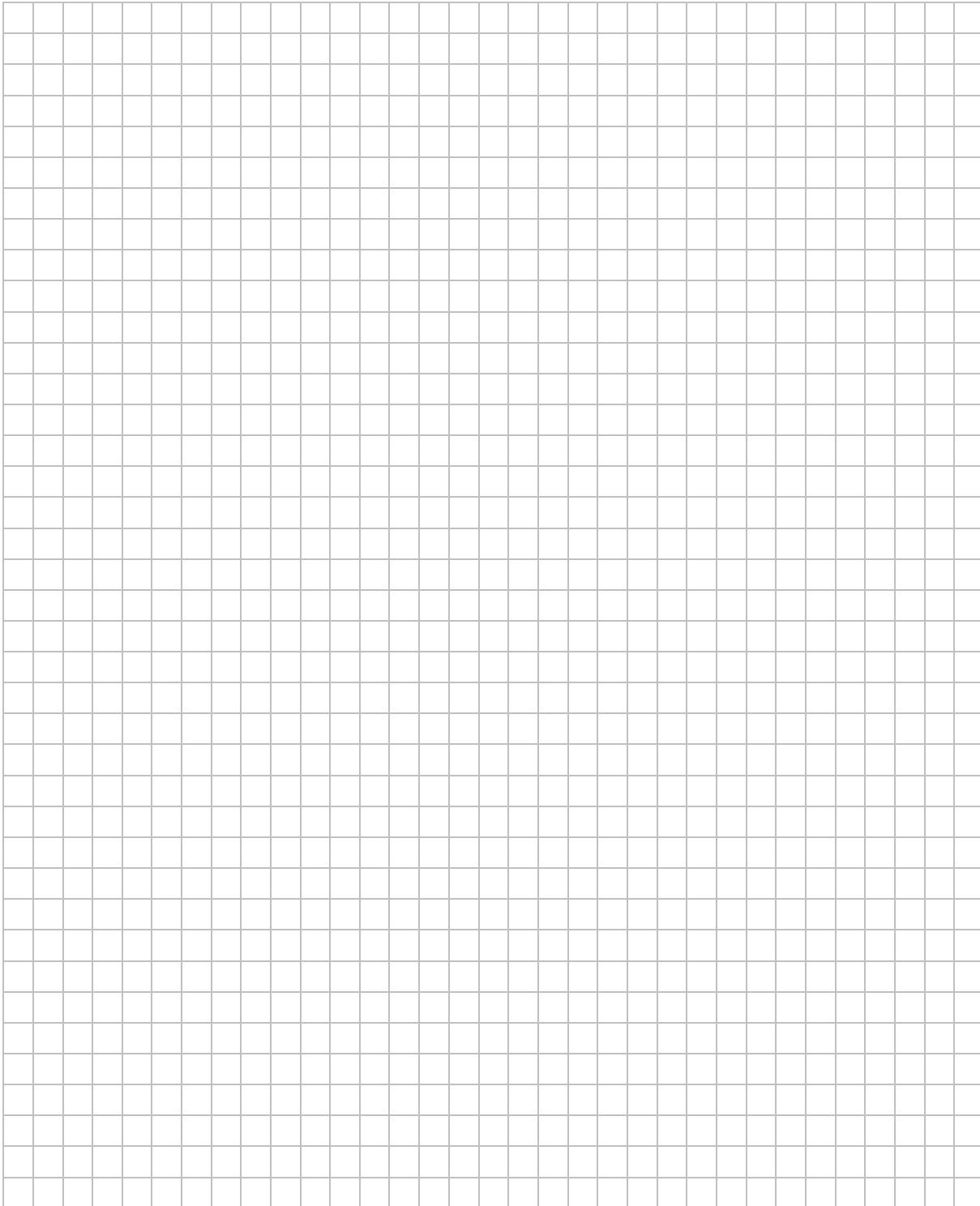


Odpowiedź:

Egzamin maturalny z matematyki
Poziom rozszerzony

Zadanie 11. (4 pkt)

Każda z urn oznaczonych liczbami 1, 2, 3 zawiera po 3 kule czarne i 4 białe, a każda urna oznaczona liczbami 4, 5, 6 zawiera po 3 czarne i 2 białe kule. Rzucamy sześcienną kostką do gry, a następnie z urny o numerze równym liczbie wyrzuconych oczek losujemy bez zwracania 2 kule. Co jest bardziej prawdopodobne: wylosowanie dwóch kul czarnych, czy dwóch kul białych?



Odpowiedź:

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)