CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

WPISUJE ZDAJĄCY

KOD | PESEL

miejsce na naklejkę

dysleksja

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI
POZIOM ROZSZERZONY

PRZYKŁADOWY ARKUSZ EGZAMINACYJNY

DATA: **18 grudnia 2014 r.**
CZAS PRACY: **180 minut**
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 21 stron (zadania 1–18). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

W każdym z zadań 1.–5. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Wielomian $W(x) = 2x^3 - bx^2 - 1$ jest podzielny przez dwumian $x+1$. Wynika stąd, że

A. $b = -3$ **B.** $b = -1$ **C.** $b = 1$ **D.** $b = 3$

Zadanie 2. (0–1)

Okrąg o równaniu $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 4$ ma dwa punkty wspólne z prostą o równaniu

A. $x = 0$ **B.** $y = 0$ **C.** $y = -x$ **D.** $y = x$

Zadanie 3. (0–1)

Funkcja określona dla każdej liczby rzeczywistej x wzorem $f(x) = x^5 + 5x - 1$

A. ma więcej niż dwa minima lokalne.

B. ma dokładnie dwa minima lokalne.

C. ma dokładnie jedno minimum lokalne.

D. nie ma minimum lokalnego.

Zadanie 4. (0–1)

Każda liczba x należąca do przedziału otwartego $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right)$ spełnia nierówność

A. $\operatorname{tg} x > \sin x$

B. $\cos x > \sin x$

C. $\cos x > \operatorname{tg} x$

D. $\operatorname{tg} x > \cos x$

Zadanie 5. (0–1)

Funkcja f jest określona dla wszystkich liczb rzeczywistych wzorem $f(x) = 3^{x-2} + 3$. Prosta l ma równanie $y = 3{,}3$. Ile punktów wspólnych mają wykres funkcji f i prosta l?

A. Zero.

B. Jeden.

C. Dwa.

D. Nieskończenie wiele.

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Wypełnia egzaminator	**Nr zadania**	**1.**	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**
	Maks. liczba pkt	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**
	Uzyskana liczba pkt					

W zadaniu 6. zakoduj we wskazanym miejscu wynik zgodnie z poleceniem.

Zadanie 6. (0–2)

Dane są liczby a, b takie, że $a-b=4$ i $ab=7$. Oblicz a^3b+ab^3. Zakoduj w kratkach poniżej kolejno, od lewej do prawej, cyfry setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

Cyfra	setek	dziesiątek	jedności

Rozwiązania zadań 7.–18. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 7. (0–2)

Długości boków prostokąta są równe 3 oraz 5. Oblicz sinus kąta ostrego, który tworzą przekątne tego prostokąta.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	6.	7.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 8. (0–2)

Oblicz granicę $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n^2}{n+2}-\frac{(n+2)^2}{n+444}\right)$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 9. (0–2)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x)=\frac{x^2}{x-4}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 4$. Oblicz pochodną funkcji f w punkcie $x=12$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	8.	9.
	Maks. liczba pkt	**2**	**2**
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 10. (0–3)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = x^4$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Wyznacz równanie prostej stycznej do wykresu funkcji f, która jest równoległa do prostej $y = 4x + 7$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 11. (0–3)

Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste *x*, spełniające równanie $\sin 5x - \sin x = 0$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	10.	11.
	Maks. liczba pkt	3	3
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 12. (0–3)

Niech P_n oznacza pole koła o promieniu $\frac{1}{2^n}$, dla $n \geq 1$. Oblicz sumę wszystkich wyrazów ciągu (P_n).

Odpowiedź: ....

Zadanie 13. (0–3)

Wykaż, że jeżeli $a > b \geq 1$, to $\frac{a}{2+a^3} < \frac{b}{2+b^3}$.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	12.	13.
	Maks. liczba pkt	3	3
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 14. (0–4)

Wykaż, że jeżeli α, β, γ są kątami wewnętrznymi trójkąta i $\sin^2\alpha + \sin^2\beta < \sin^2\gamma$, to $\cos\gamma < 0$.

Zadanie 15. (0–3)

Punkt E jest środkiem boku BC prostokąta $ABCD$, w którym $AB > BC$. Punkt F leży na boku CD tego prostokąta oraz $\sphericalangle AEF = 90^\circ$. Udowodnij, że $\sphericalangle BAE = \sphericalangle EAF$.

<table>
<tr><td rowspan="3">Wypełnia egzaminator</td><td>Nr zadania</td><td>14.</td><td>15.</td></tr>
<tr><td>Maks. liczba pkt</td><td>4</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Uzyskana liczba pkt</td><td></td><td></td></tr>
</table>

Zadanie 16. (0–5)

Oblicz prawdopodobieństwo warunkowe, że w trzykrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry otrzymamy co najmniej jedną „jedynkę”, pod warunkiem że otrzymamy co najmniej jedną „szóstkę”.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	16.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 17. (0–6)

Dany jest okrąg o_0 o równaniu $(x-3)^2+(y-1)^2=1$. W pierwszej „ćwiartce” układu współrzędnych istnieją dwa okręgi o_1, o_2 styczne zewnętrznie do okręgu o_0 i jednocześnie styczne do obu osi układu współrzędnych. Oblicz odległość środków okręgów o_1 oraz o_2.

Odpowiedź: ....

<table>
<tr><td rowspan="3">Wypełnia egzaminator</td><td>Nr zadania</td><td>17.</td></tr>
<tr><td>Maks. liczba pkt</td><td>6</td></tr>
<tr><td>Uzyskana liczba pkt</td><td></td></tr>
</table>

Zadanie 18. (0–7)

Okno na poddaszu ma mieć kształt trapezu równoramiennego, którego krótsza podstawa i ramiona mają długość po 4 dm. Oblicz, jaką długość powinna mieć dłuższa podstawa tego trapezu, aby do pomieszczenia wpadało przez to okno jak najwięcej światła, czyli aby pole powierzchni okna było największe. Oblicz to pole.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	18.
	Maks. liczba pkt	7
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*