

WPISUJE ZDAJĄCY

KOD			PESEL																

*miejsce
na naklejkę*

 dysleksja

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI POZIOM ROZSZERZONY

PRZYKŁADOWY ARKUSZ EGZAMINACYJNY

DATA: **18 grudnia 2014 r.**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 21 stron (zadania 1–18). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

W każdym z zadań 1.–5. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Wielomian $W(x) = 2x^3 - bx^2 - 1$ jest podzielny przez dwumian $x + 1$. Wynika stąd, że

- A. $b = -3$ B. $b = -1$ C. $b = 1$ D. $b = 3$

Zadanie 2. (0–1)

Okrąg o równaniu $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$ ma dwa punkty wspólne z prostą o równaniu

- A. $x = 0$ B. $y = 0$ C. $y = -x$ D. $y = x$

Zadanie 3. (0–1)

Funkcja określona dla każdej liczby rzeczywistej x wzorem $f(x) = x^5 + 5x - 1$

- A. ma więcej niż dwa minima lokalne.
 B. ma dokładnie dwa minima lokalne.
 C. ma dokładnie jedno minimum lokalne.
 D. nie ma minimum lokalnego.

Zadanie 4. (0–1)

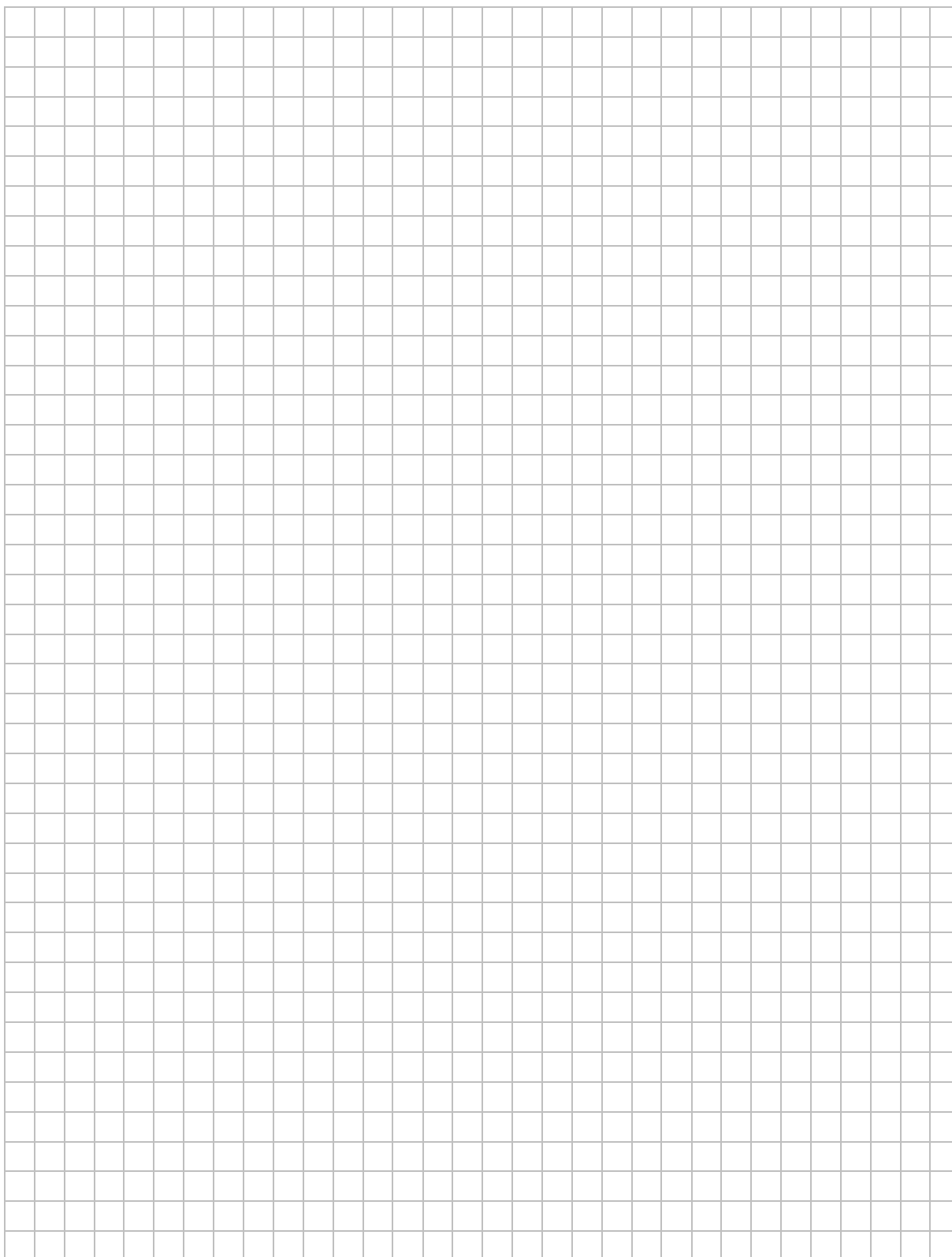
Każda liczba x należąca do przedziału otwartego $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right)$ spełnia nierówność

- A. $\operatorname{tg} x > \sin x$
 B. $\cos x > \sin x$
 C. $\cos x > \operatorname{tg} x$
 D. $\operatorname{tg} x > \cos x$

Zadanie 5. (0–1)

Funkcja f jest określona dla wszystkich liczb rzeczywistych wzorem $f(x) = 3^{x-2} + 3$. Prosta l ma równanie $y = 3,3$. Ile punktów wspólnych mają wykres funkcji f i prosta l ?

- A. Zero.
 B. Jeden.
 C. Dwa.
 D. nieskończenie wiele.

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	1.	2.	3.	4.	5.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt					

W zadaniu 6. zakoduj we wskazanym miejscu wynik zgodnie z poleceniem.

Zadanie 6. (0–2)

Dane są liczby a , b takie, że $a - b = 4$ i $ab = 7$. Oblicz $a^3b + ab^3$. Zakoduj w kratkach poniżej kolejno, od lewej do prawej, cyfry setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

Cyfra	setek	dziesiątek	jedności

Rozwiązania zadań 7.–18. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 7. (0–2)

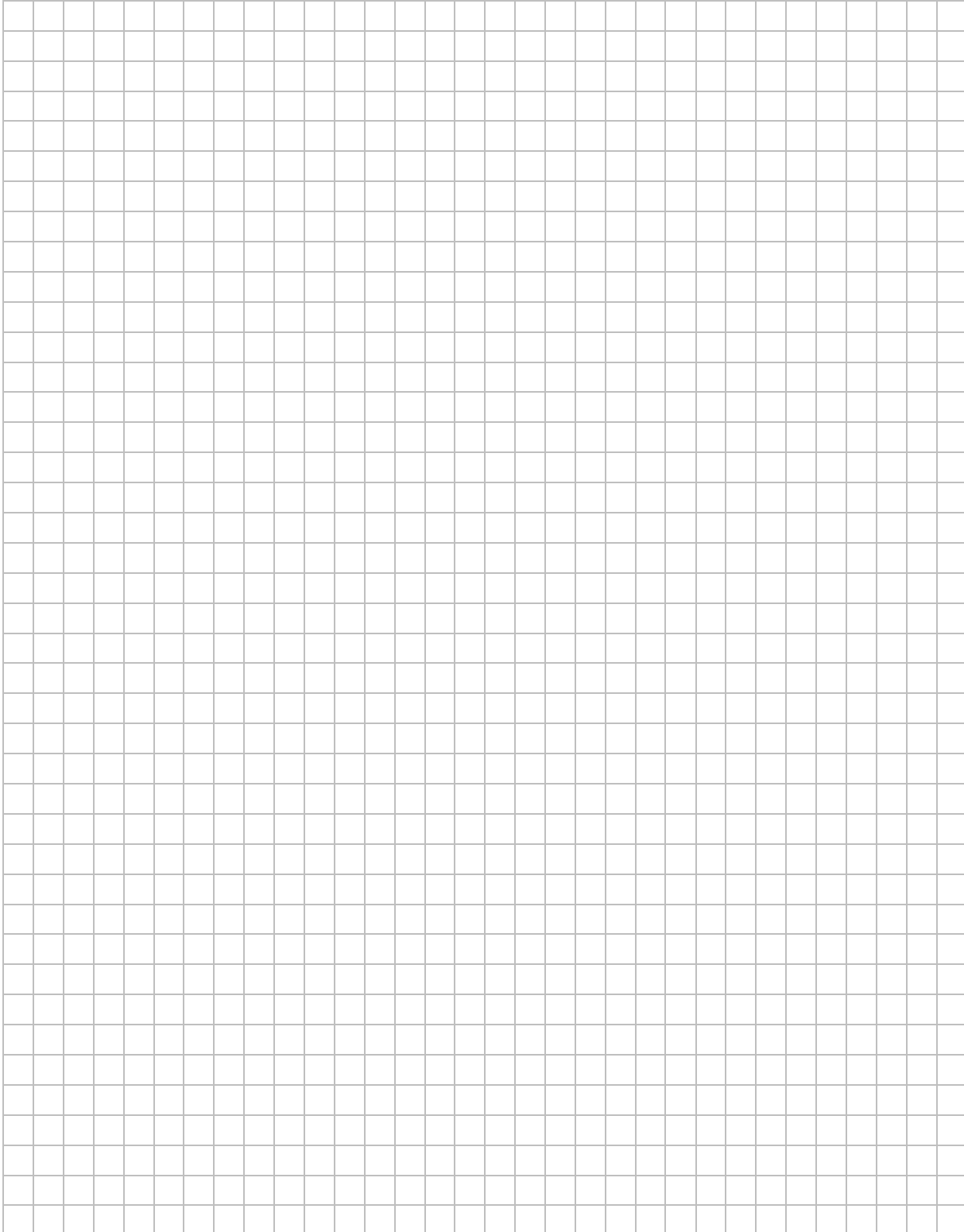
Długości boków prostokąta są równe 3 oraz 5. Oblicz sinus kąta ostrego, który tworzą przekątne tego prostokąta.

Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	6.	7.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 8. (0–2)

Oblicz granicę $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2}{n+2} - \frac{(n+2)^2}{n+444} \right)$.



Odpowiedź:

Zadanie 9. (0–2)

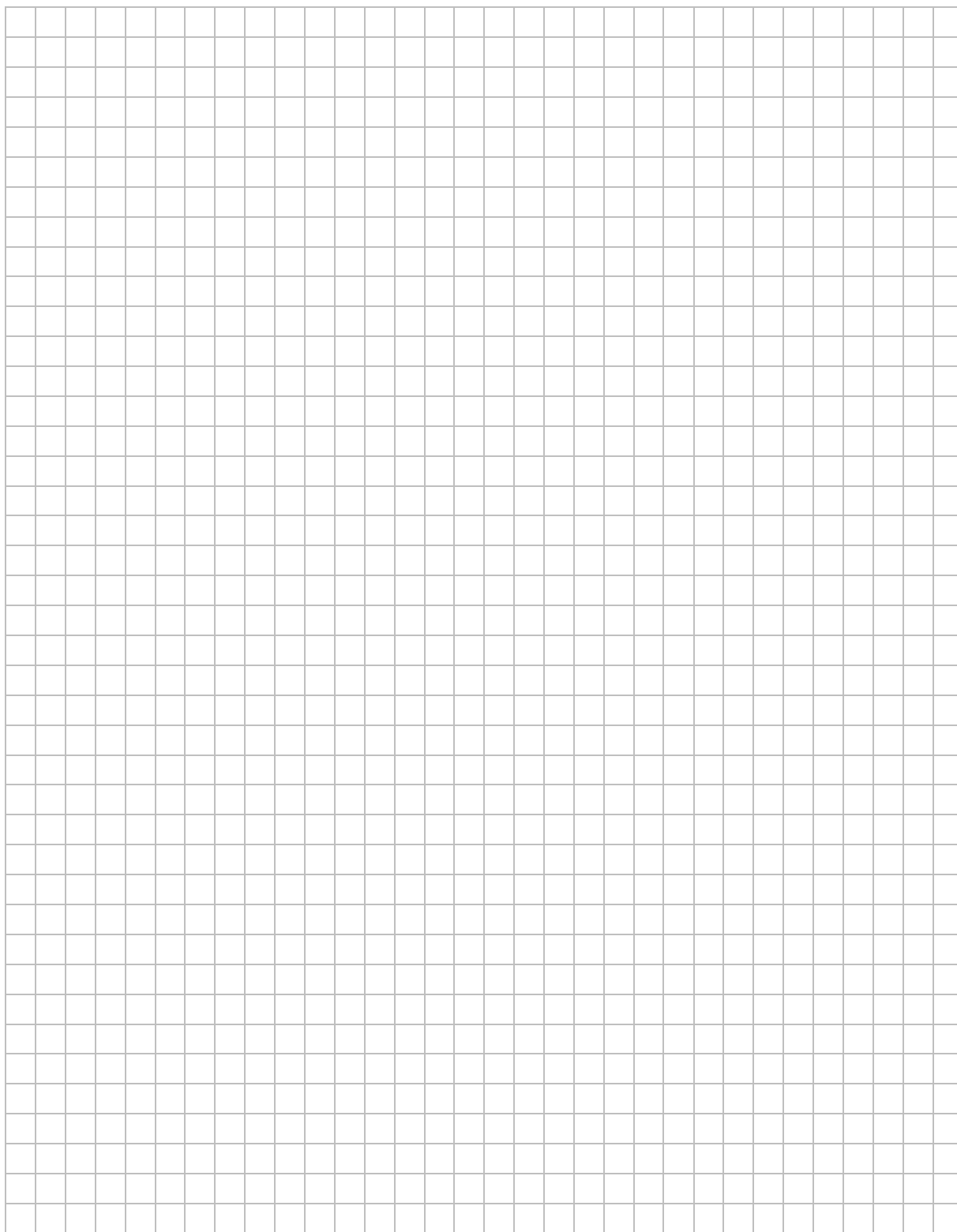
Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{x^2}{x-4}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 4$. Oblicz pochodną funkcji f w punkcie $x=12$.

Odpowiedź:

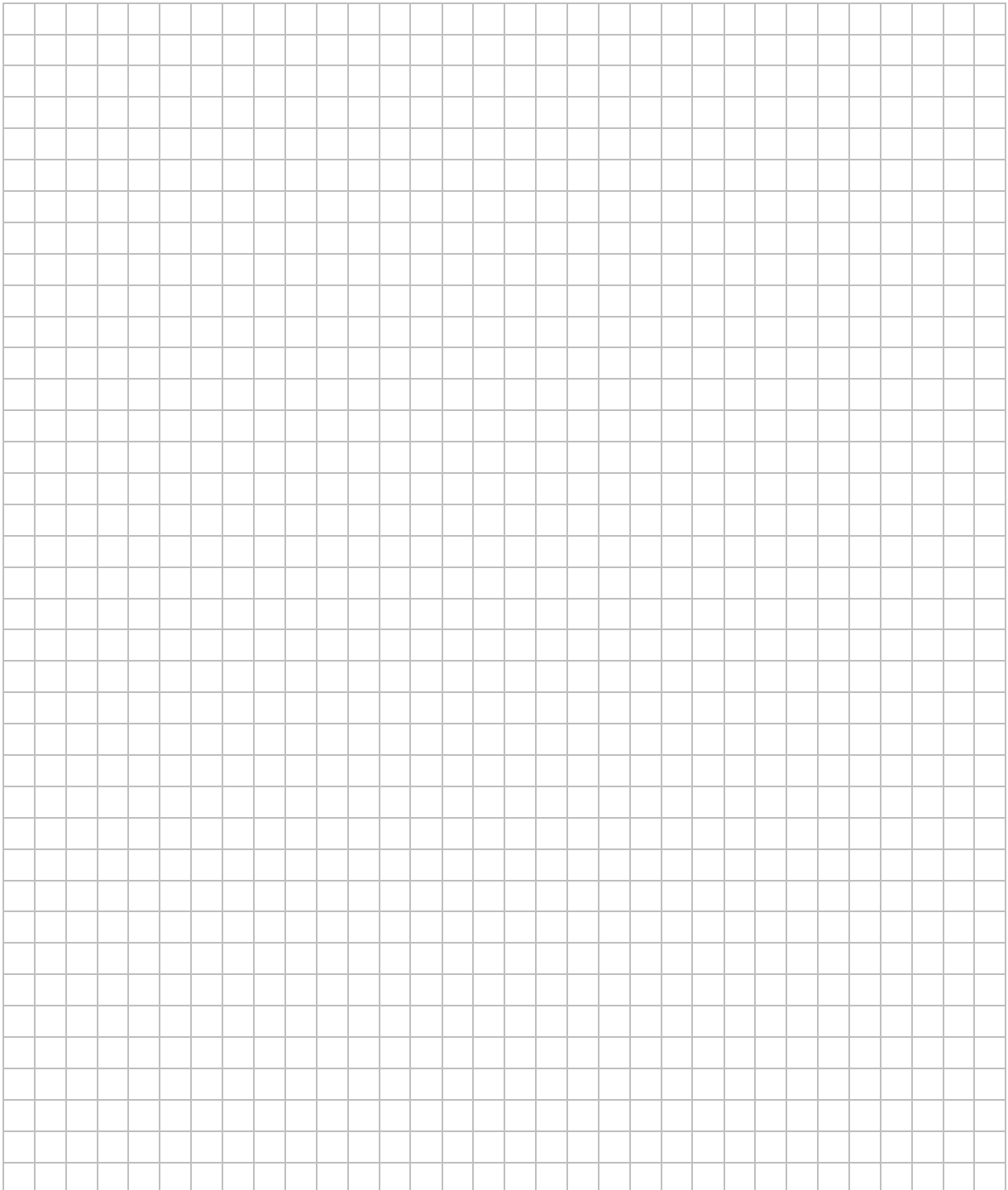
Wypełnia egzaminator	Nr zadania	8.	9.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 10. (0–3)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = x^4$ dla każdej liczby rzeczywistej x . Wyznacz równanie prostej stycznej do wykresu funkcji f , która jest równoległa do prostej $y = 4x + 7$.



Odpowiedź:

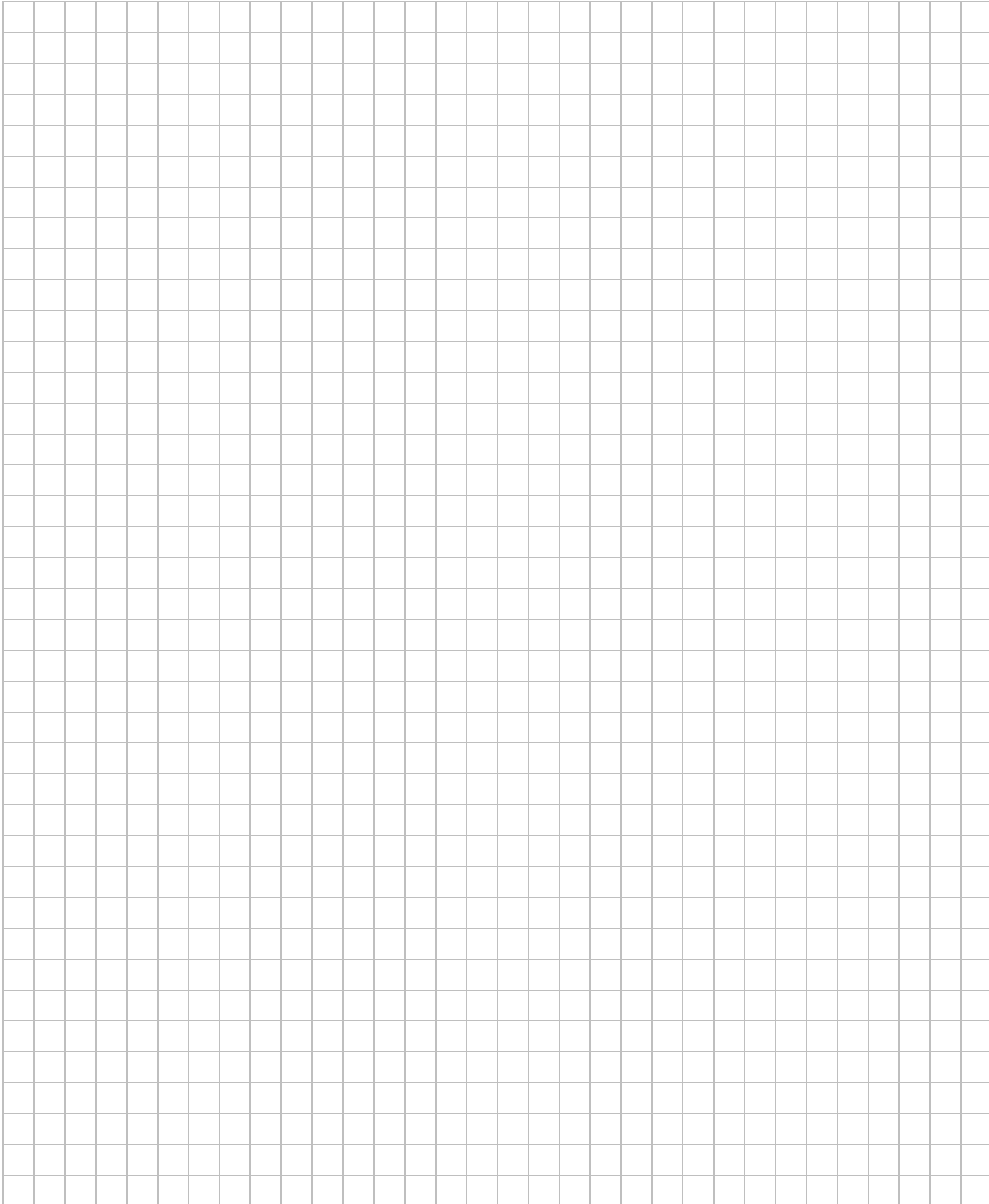
Zadanie 11. (0–3)Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste x , spełniające równanie $\sin 5x - \sin x = 0$.

Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	10.	11.
	Maks. liczba pkt	3	3
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 12. (0–3)

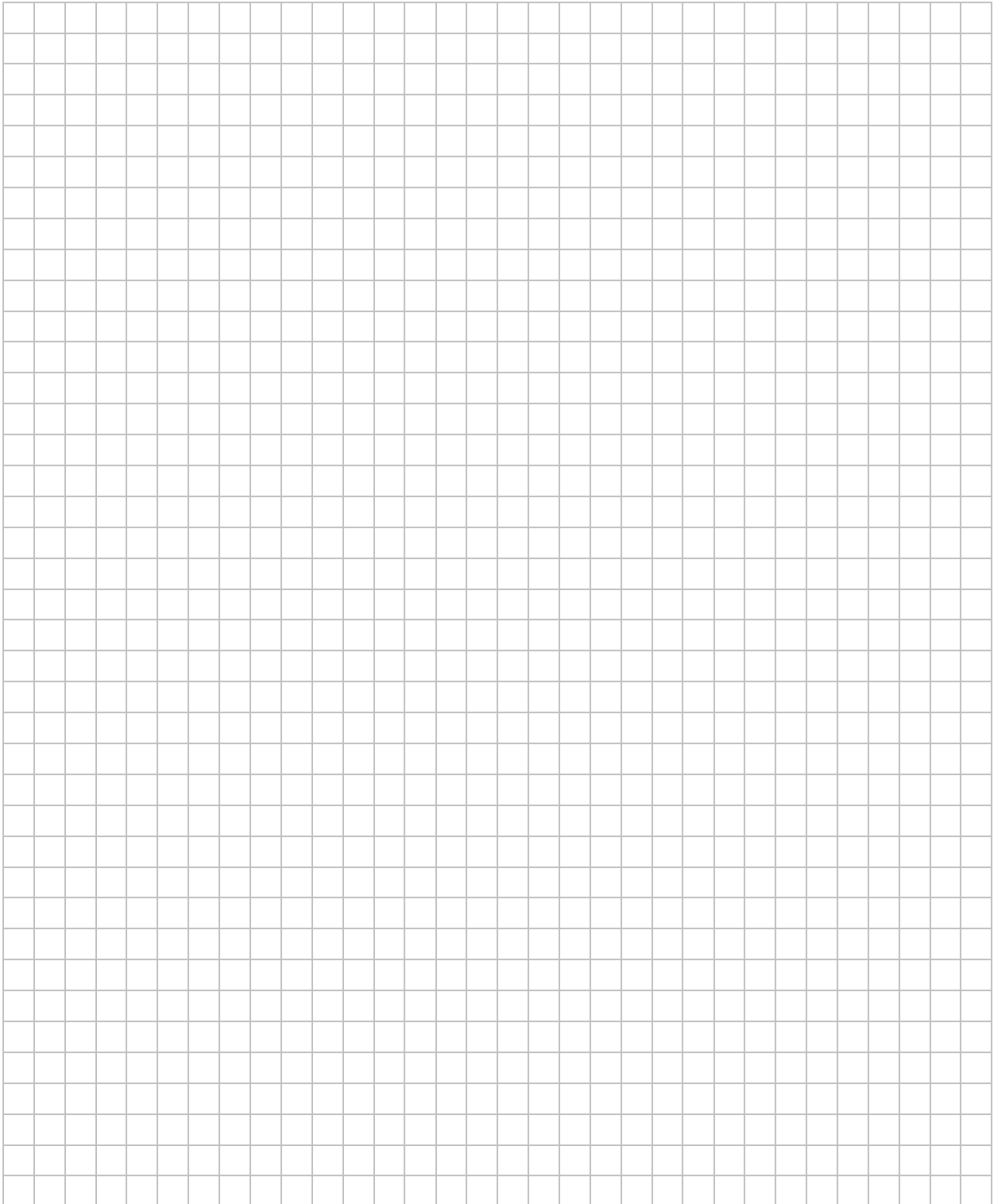
Niech P_n oznacza pole koła o promieniu $\frac{1}{2^n}$, dla $n \geq 1$. Oblicz sumę wszystkich wyrazów ciągu (P_n) .



Odpowiedź:

Zadanie 13. (0–3)

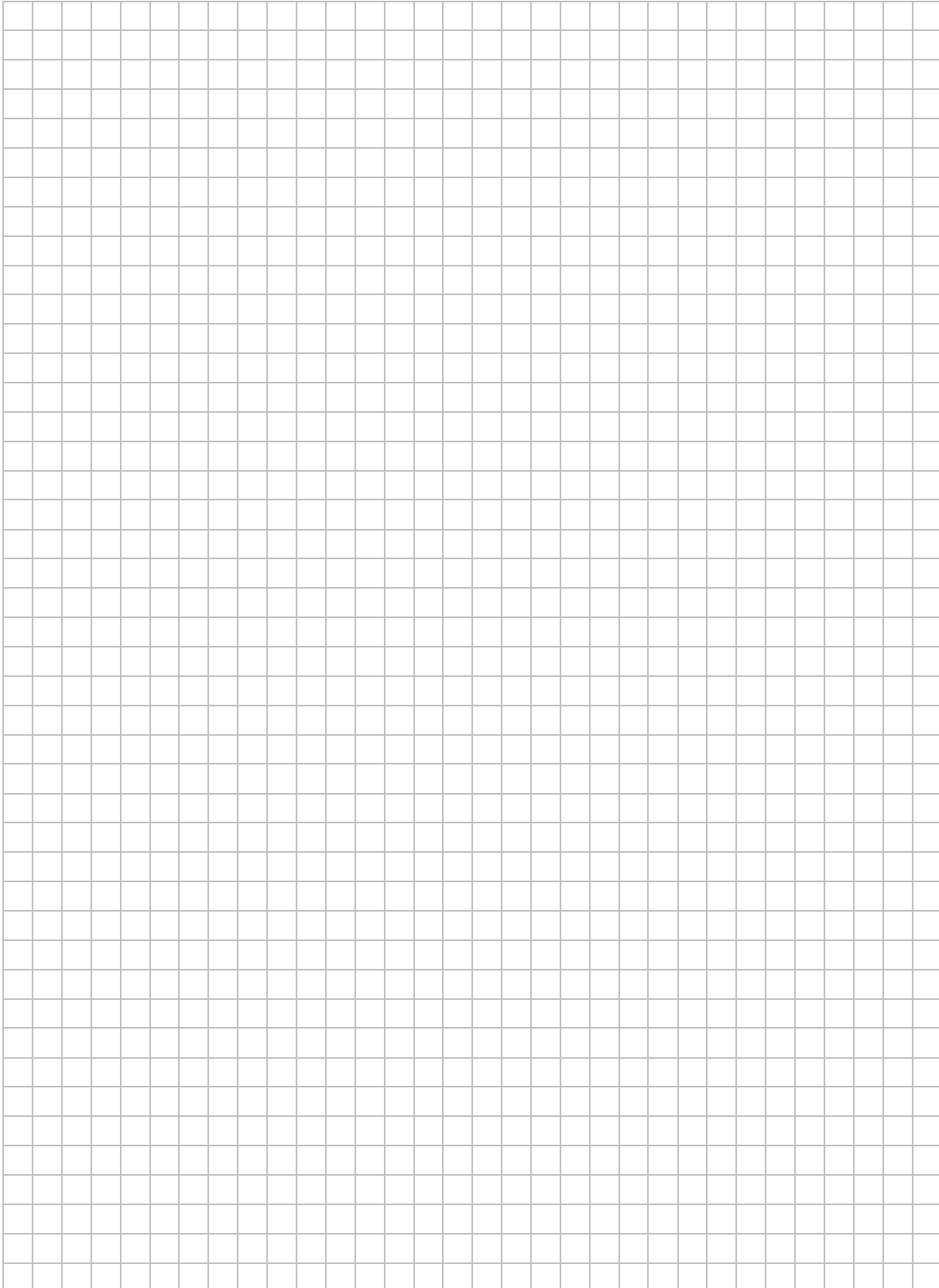
Wykaż, że jeżeli $a > b \geq 1$, to $\frac{a}{2+a^3} < \frac{b}{2+b^3}$.



Wypełnia egzaminator	Nr zadania	12.	13.
	Maks. liczba pkt	3	3
	Uzyskana liczba pkt		

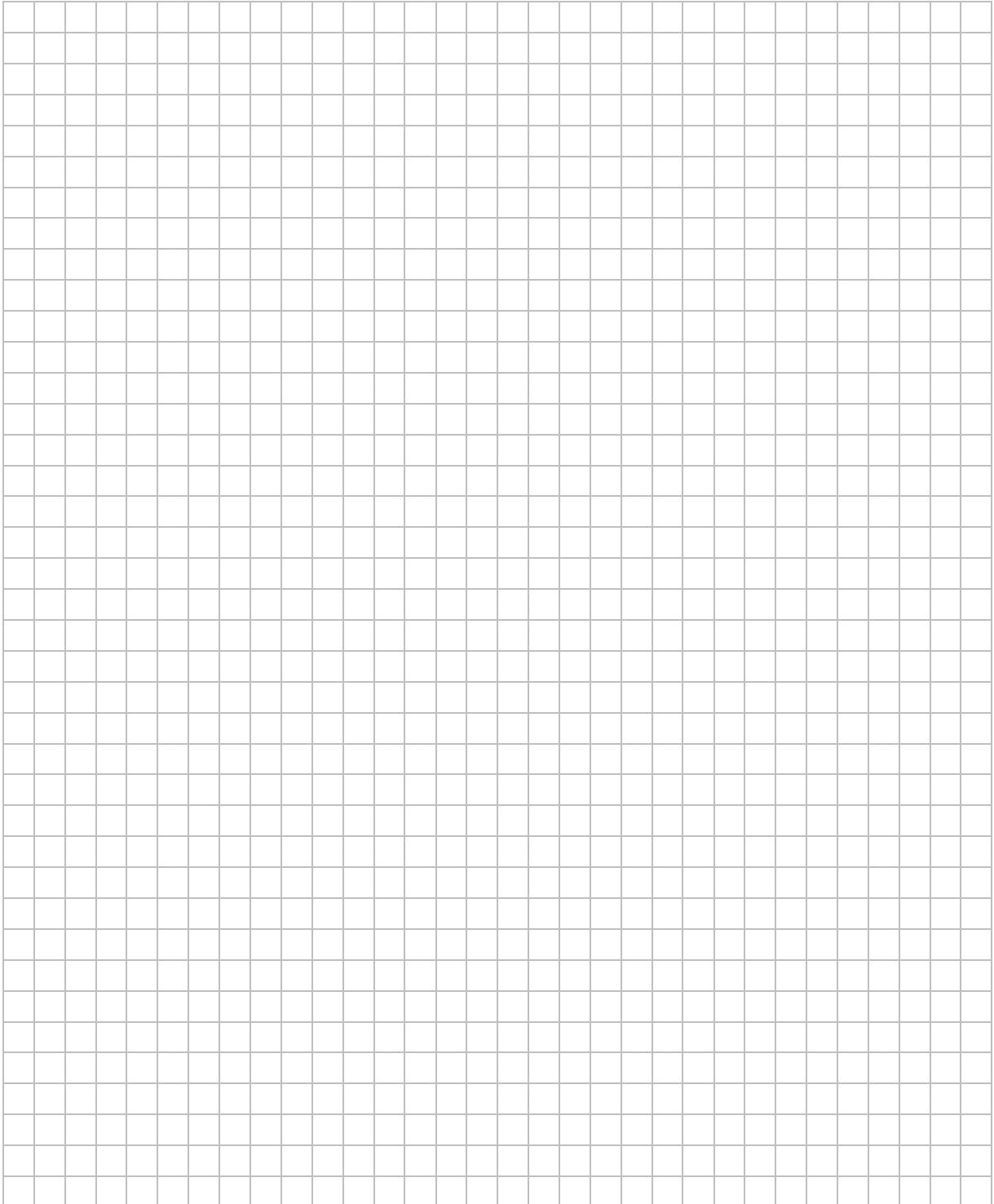
Zadanie 14. (0–4)

Wykaż, że jeżeli α, β, γ są kątami wewnętrznymi trójkąta i $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta < \sin^2 \gamma$, to $\cos \gamma < 0$.



Zadanie 15. (0–3)

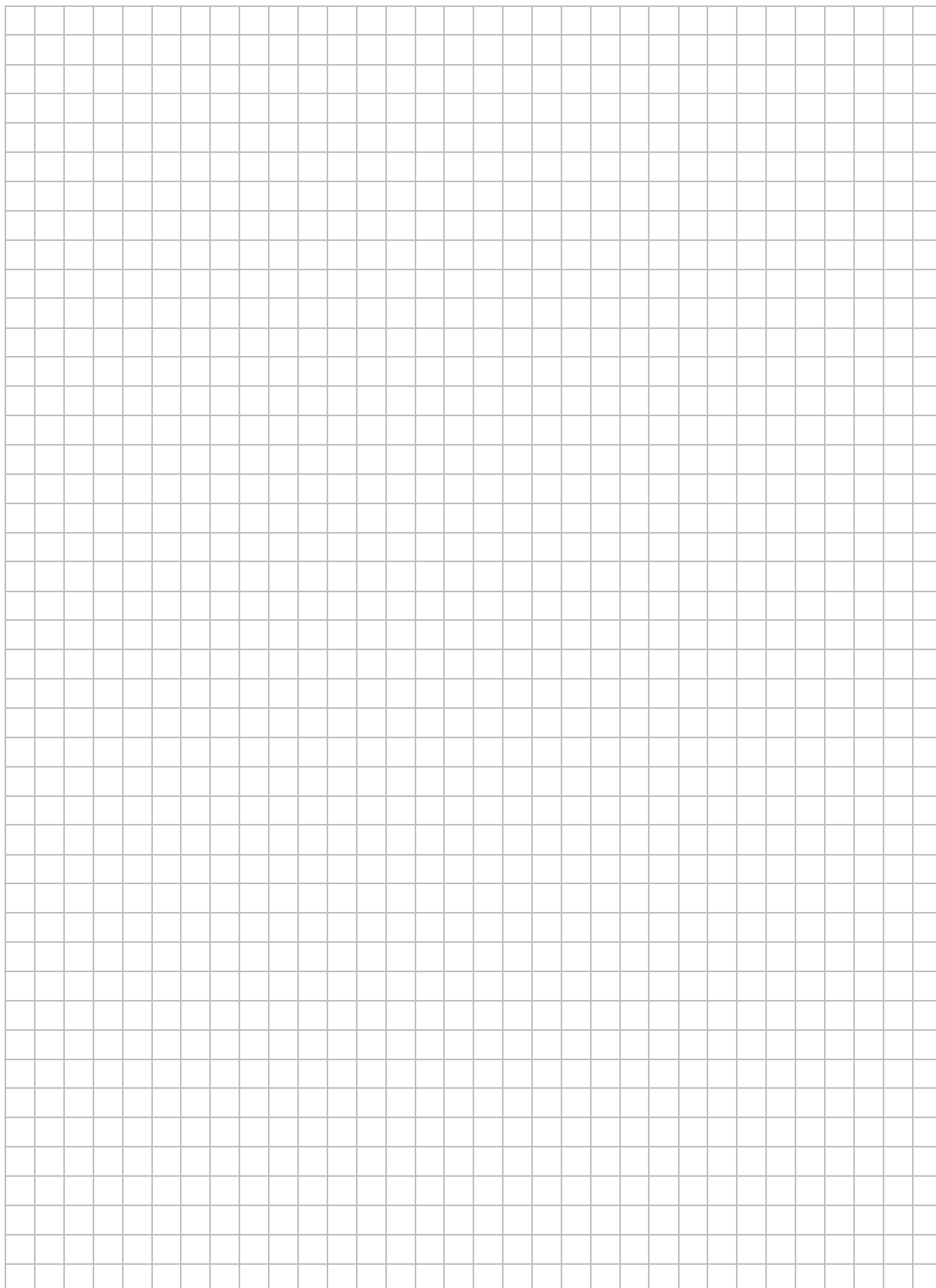
Punkt E jest środkiem boku BC prostokąta $ABCD$, w którym $AB > BC$. Punkt F leży na boku CD tego prostokąta oraz $\sphericalangle AEF = 90^\circ$. Udowodnij, że $\sphericalangle BAE = \sphericalangle EAF$.

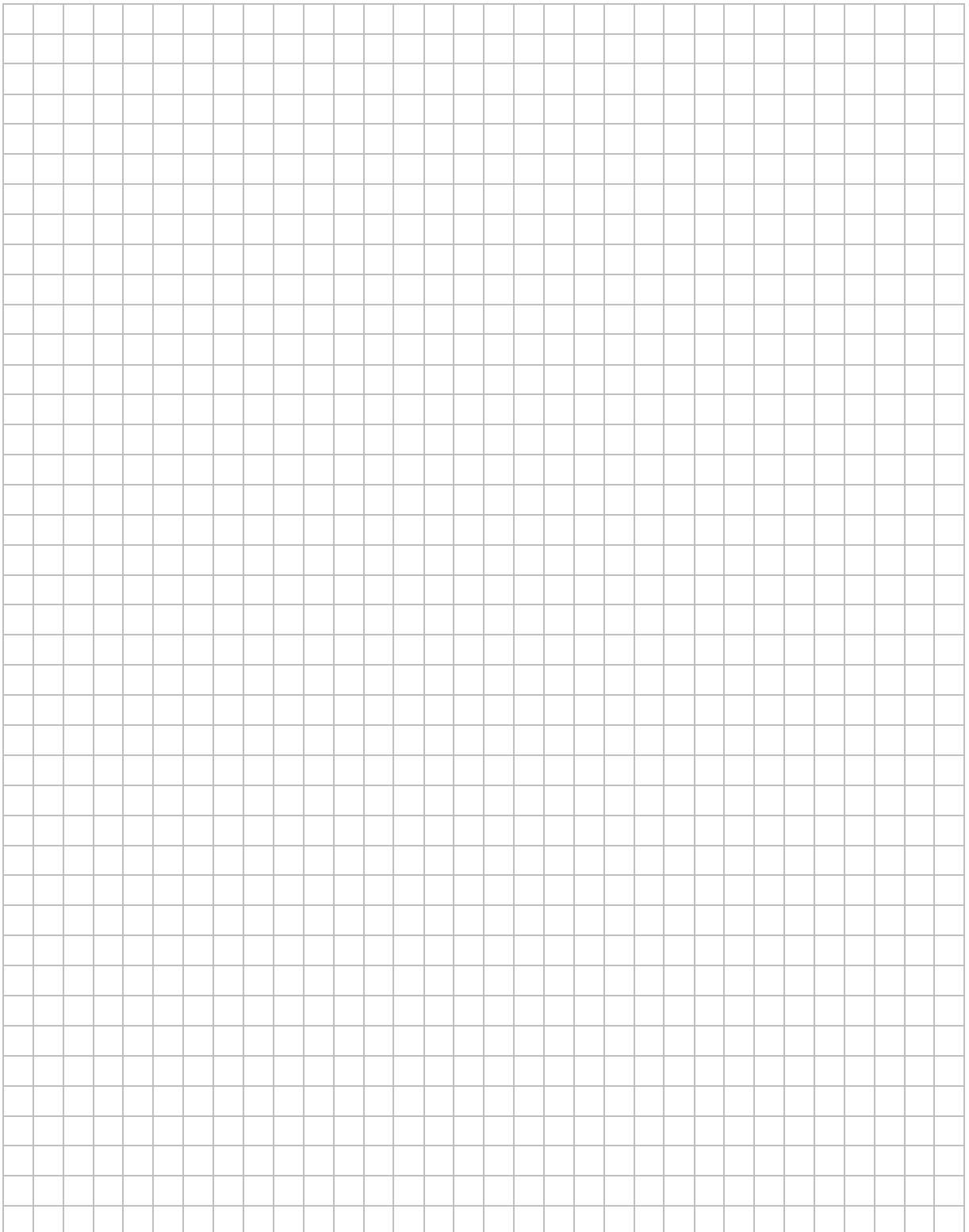


Wypełnia egzaminator	Nr zadania	14.	15.
	Maks. liczba pkt	4	3
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 16. (0–5)

Oblicz prawdopodobieństwo warunkowe, że w trzykrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry otrzymamy co najmniej jedną „jedynekę”, pod warunkiem że otrzymamy co najmniej jedną „szóstkę”.



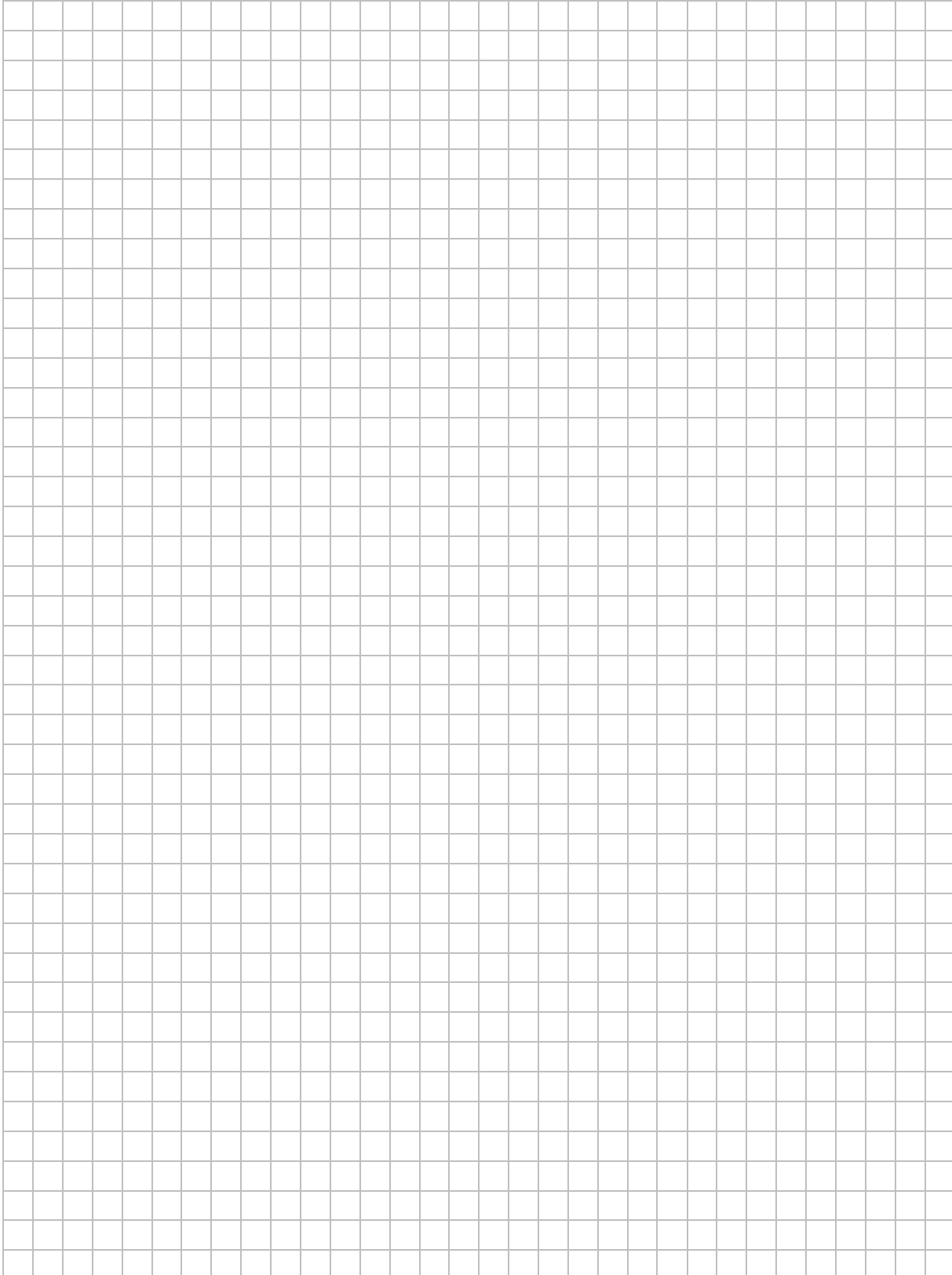


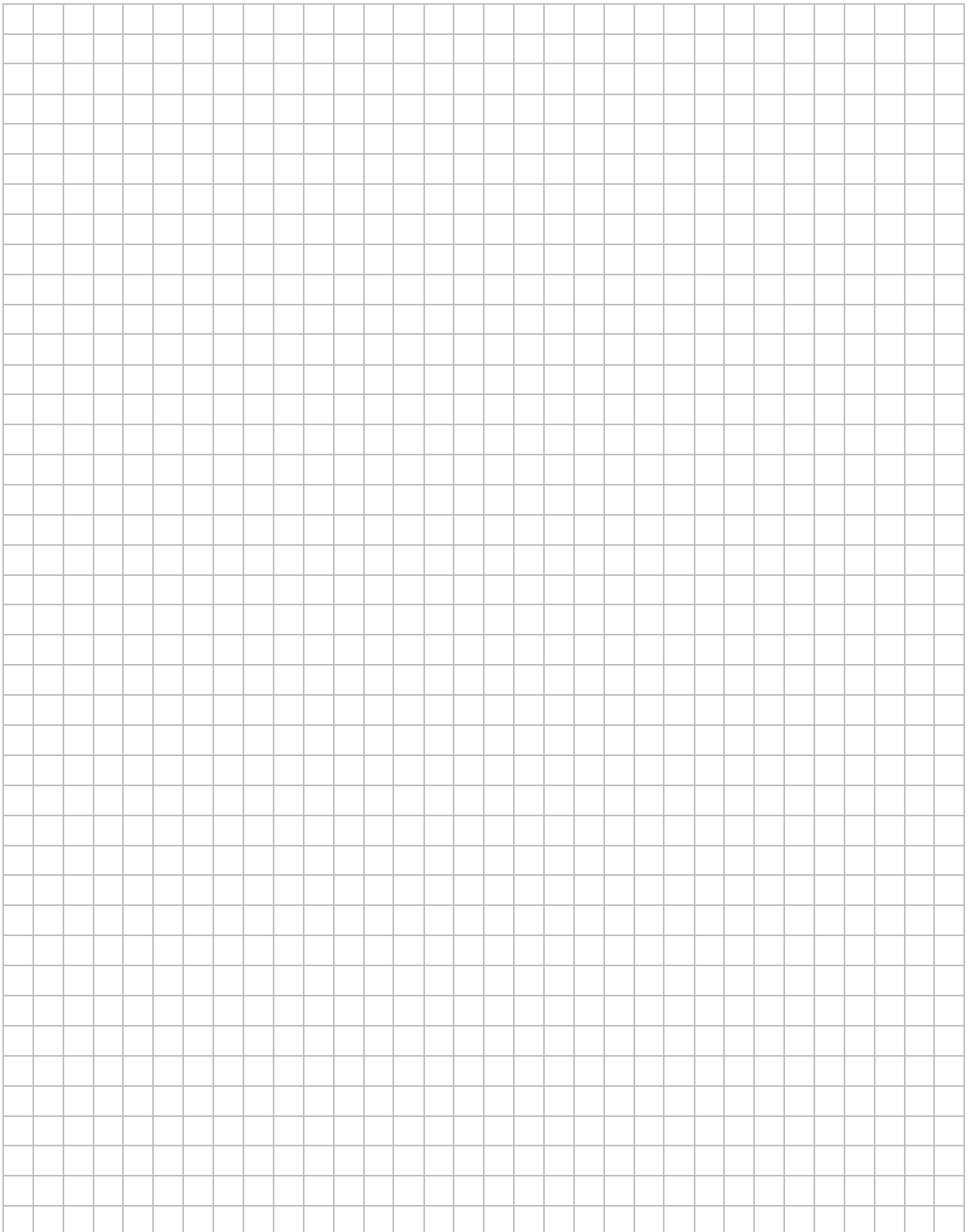
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	16.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 17. (0–6)

Dany jest okrąg o_0 o równaniu $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 1$. W pierwszej „ćwiartce” układu współrzędnych istnieją dwa okręgi o_1, o_2 styczne zewnętrznie do okręgu o_0 i jednocześnie styczne do obu osi układu współrzędnych. Oblicz odległość środków okręgów o_1 oraz o_2 .



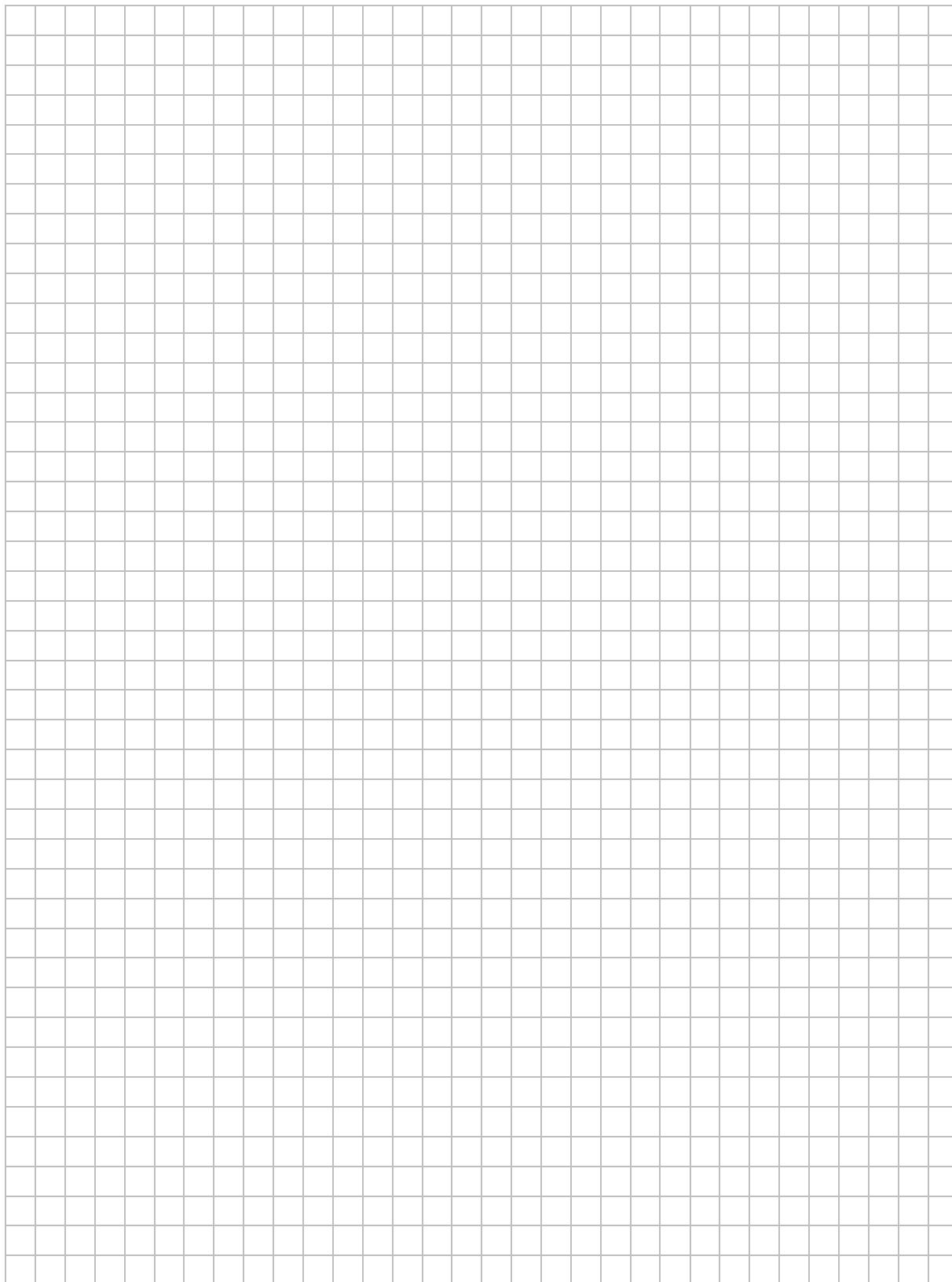


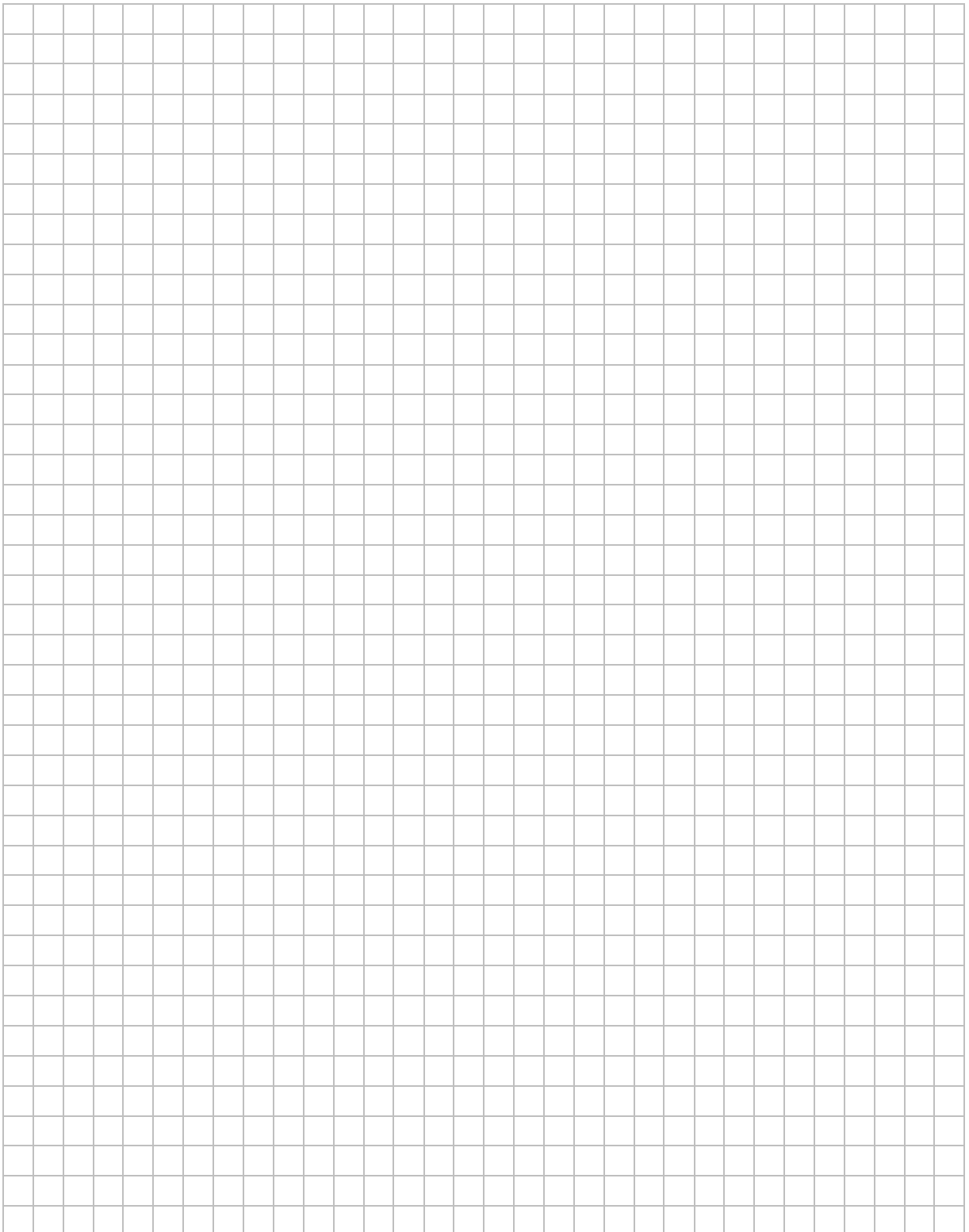
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	17.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 18. (0–7)

Okno na poddaszu ma mieć kształt trapezu równoramiennego, którego krótsza podstawa i ramiona mają długość po 4 dm. Oblicz, jaką długość powinna mieć dłuższa podstawa tego trapezu, aby do pomieszczenia wpadało przez to okno jak najwięcej światła, czyli aby pole powierzchni okna było największe. Oblicz to pole.





Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	18.
	Maks. liczba pkt	7
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

