



Centralna Komisja Egzaminacyjna

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

Układ graficzny © CKE 2010

WPISUJE ZDAJĄCY**KOD**

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

*Miejsce
na naklejkę
z kodem*

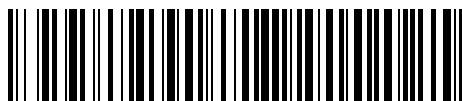
**EGZAMIN MATURALNY
Z MATEMATYKI**

POZIOM ROZSZERZONY**MAJ 2011**

**Czas pracy:
180 minut**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 19 stron (zadania 1–12). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie będziesz mógł dostać pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
8. Na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

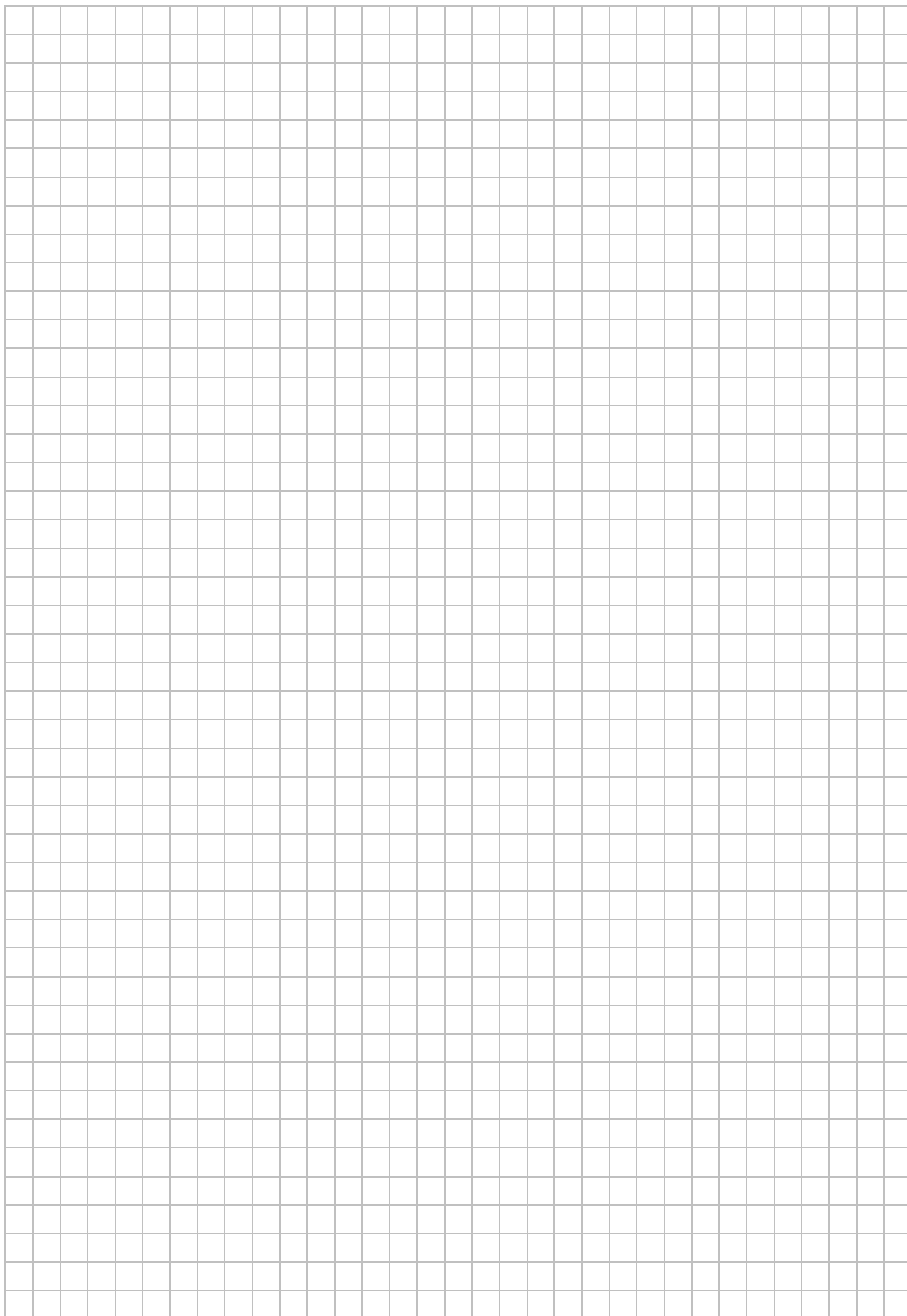
**Liczba punktów
do uzyskania: 50**



MMA-R1_1P-112

Zadanie 1. (4 pkt)

Uzasadnij, że dla każdej liczby całkowitej k liczba $k^6 - 2k^4 + k^2$ jest podzielna przez 36.



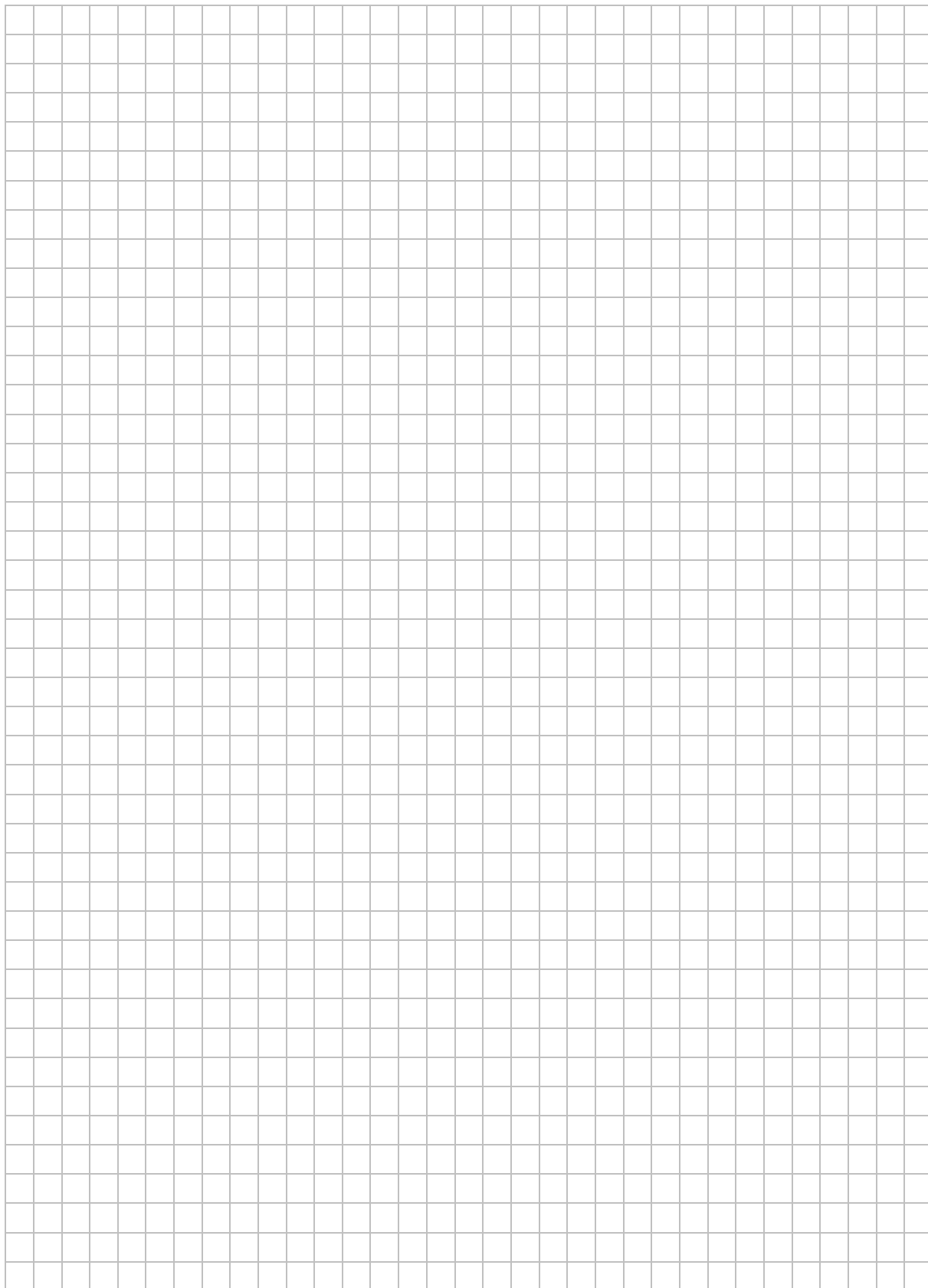
Zadanie 2. (4 pkt)

Uzasadnij, że jeżeli $a \neq b$, $a \neq c$, $b \neq c$ i $a + b = 2c$, to $\frac{a}{a-c} + \frac{b}{b-c} = 2$.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	1.	2.
	Maks. liczba pkt	4	4
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 3. (6 pkt)

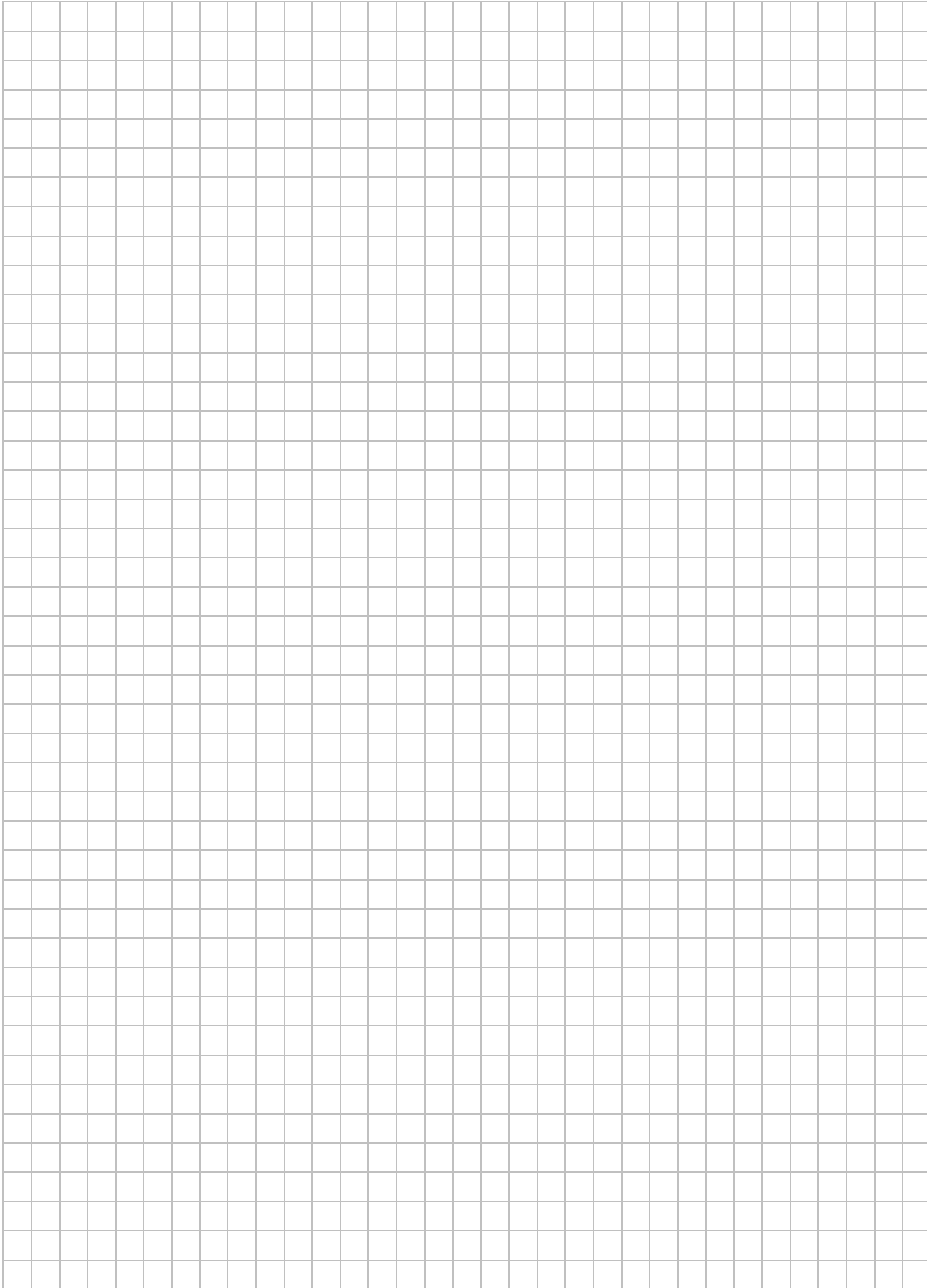
Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $x^2 - 4mx - m^3 + 6m^2 + m - 2 = 0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2 takie, że $(x_1 - x_2)^2 < 8(m + 1)$.



Wypełnia egzaminator	Nr zadania	3.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 4. (4 pkt)

Rozwiąż równanie $2\sin^2 x - 2\sin^2 x \cos x = 1 - \cos x$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.



Odpowiedź:

Zadanie 5. (4 pkt)

O ciągu (x_n) dla $n \geq 1$ wiadomo, że:

a) ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = 3^{x_n}$ dla $n \geq 1$ jest geometryczny o ilorazie $q = 27$.

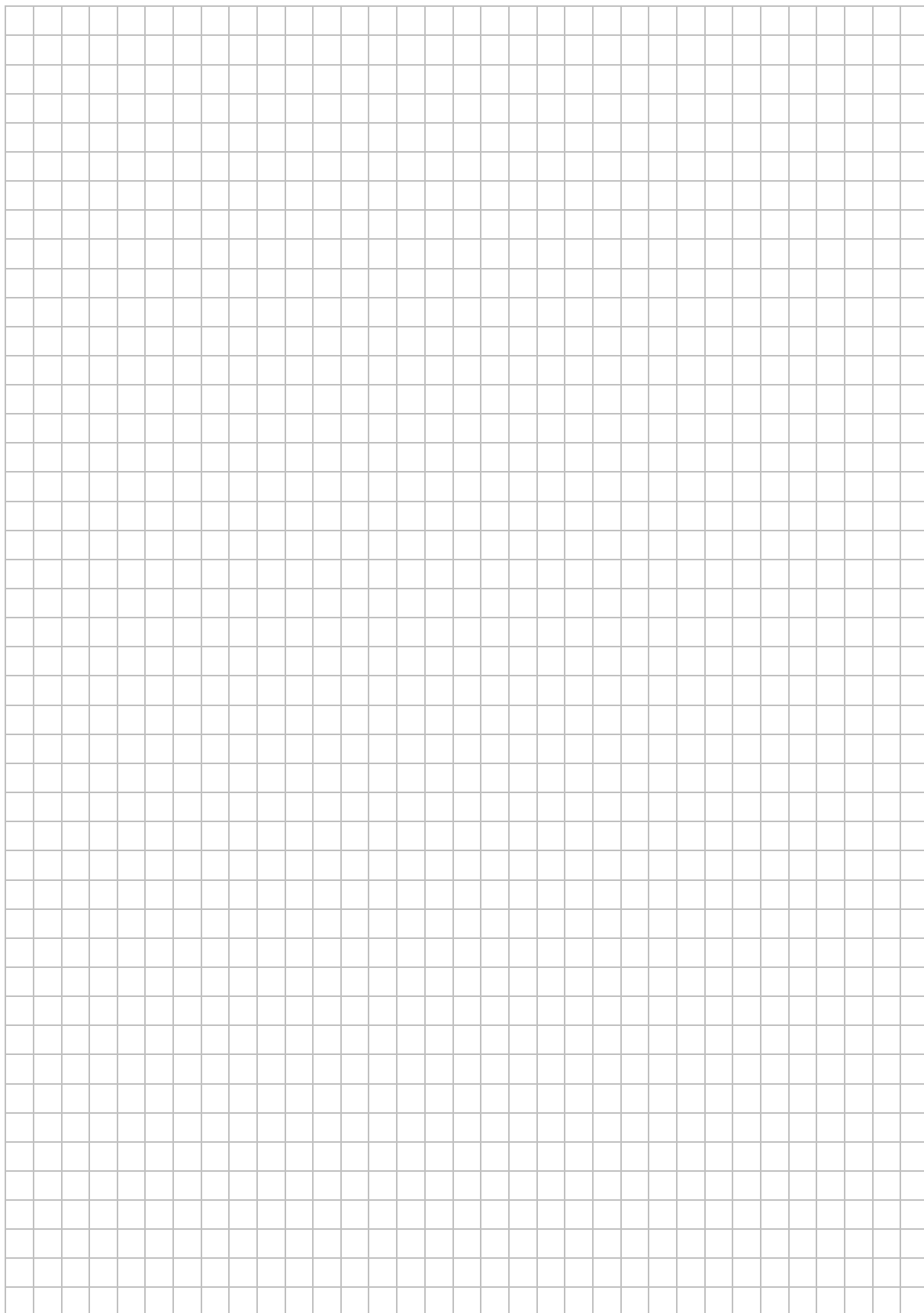
b) $x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = 145$.

Oblicz x_1 .

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	4.	5.
	Maks. liczba pkt	4	4
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 6. (4 pkt)

Podstawa AB trójkąta równoramiennego ABC ma długość 8 oraz $|\sphericalangle BAC| = 30^\circ$. Oblicz długość środkowej AD tego trójkąta.

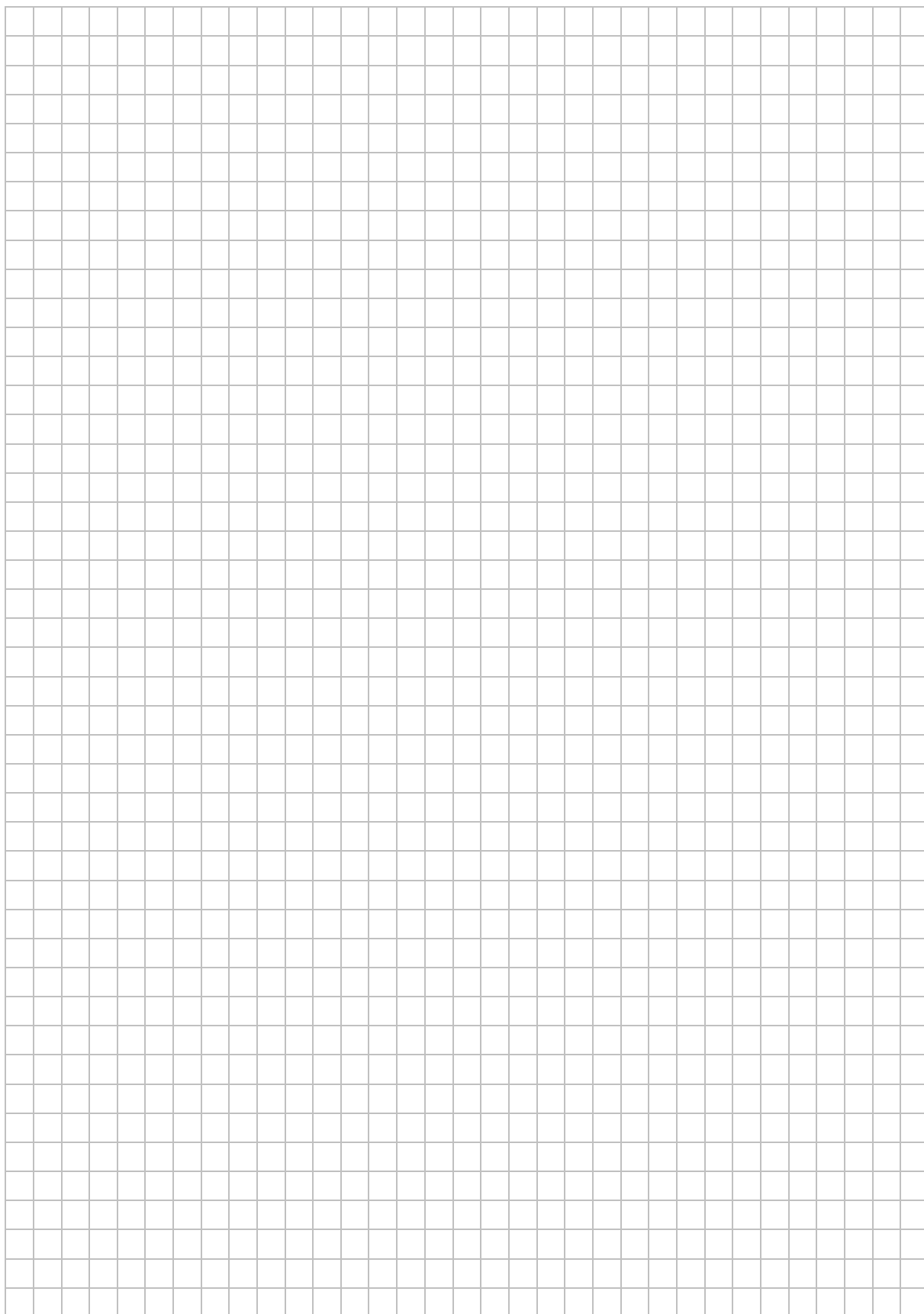


This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	6.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 7. (4 pkt)

Oblicz miarę kąta między stycznymi do okręgu $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 3 = 0$ poprowadzonymi przez punkt $A = (2, 0)$.



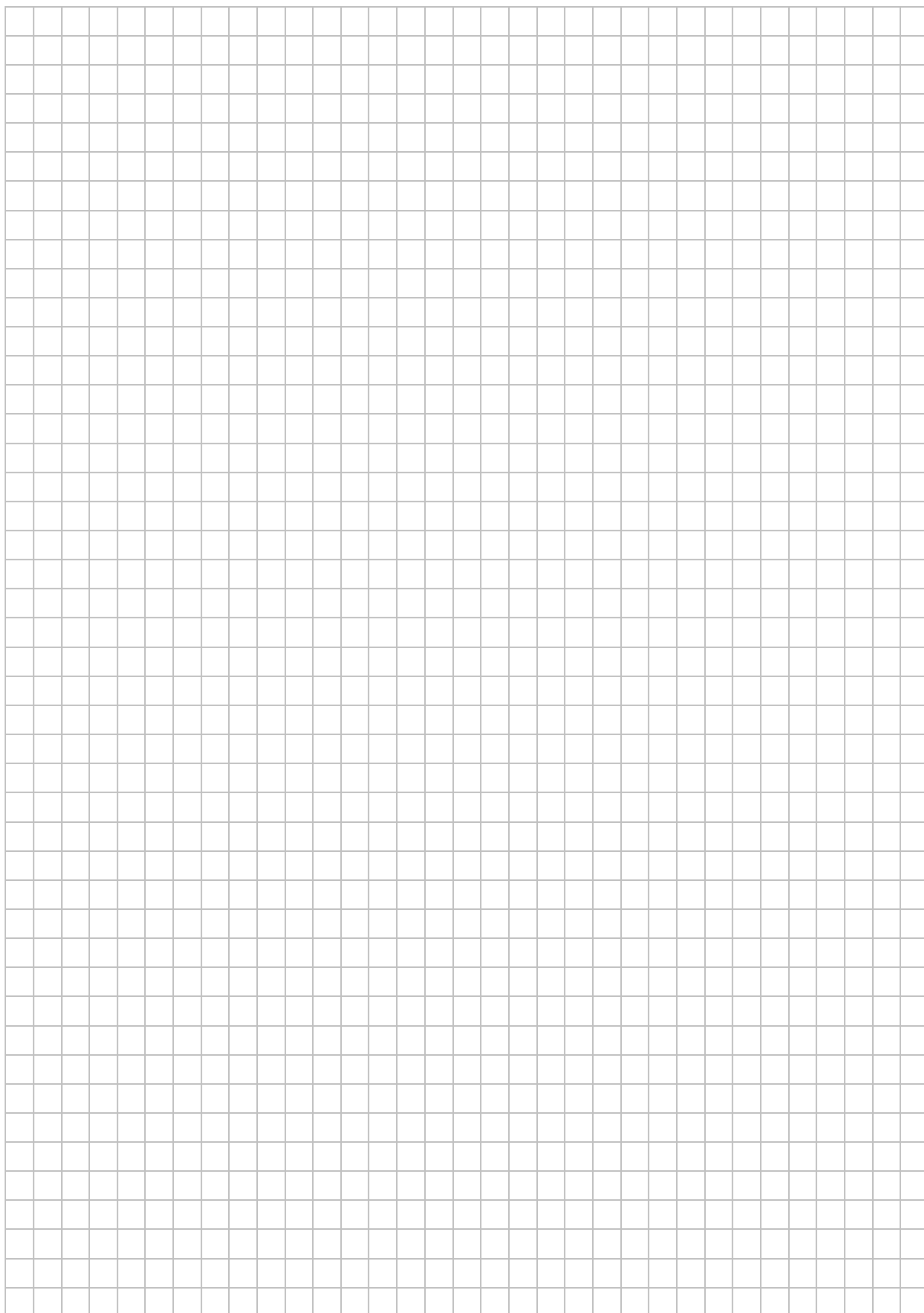
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	7.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 8. (4 pkt)

Wśród wszystkich graniastosłupów prawidłowych sześciokątnych, w których suma długości wszystkich krawędzi jest równa 24, jest taki, który ma największe pole powierzchni bocznej. Oblicz długość krawędzi podstawy tego graniastosłupa.



Wypełnia egzaminator	Nr zadania	8.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 9. (4 pkt)

Oblicz, ile jest liczb ośmiocyfrowych, w zapisie których nie występuje zero, natomiast występują dwie dwójki i występują trzy trójki.

Odpowiedź:

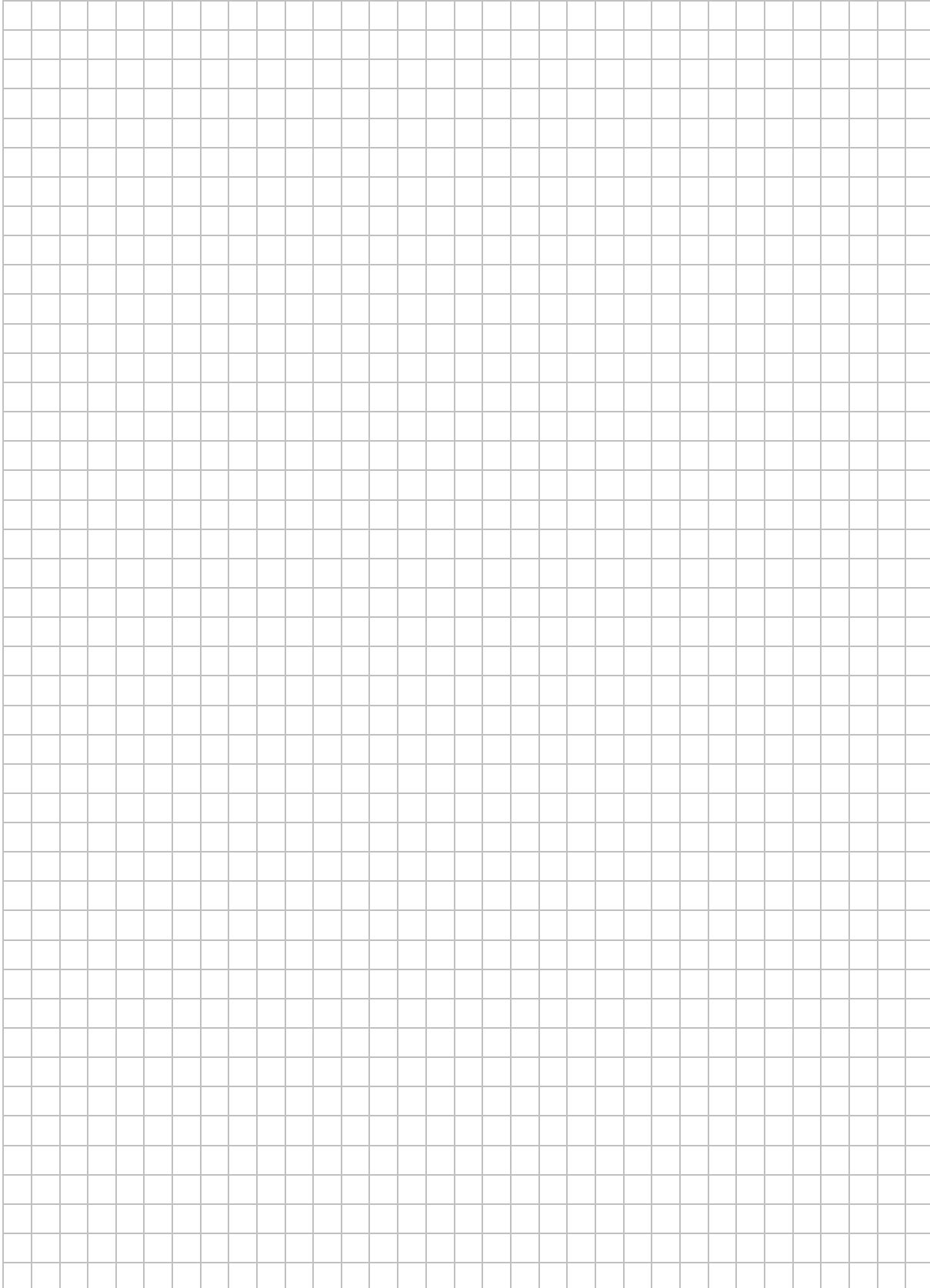
Zadanie 10. (3 pkt)

Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$ niebędący równoległobokiem. Punkty M , N są odpowiednio środkami boków AB i CD . Punkty P , Q są odpowiednio środkami przekątnych AC i BD . Uzasadnij, że $MQ \parallel PN$.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	9.	10.
	Maks. liczba pkt	4	3
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 11. (6 pkt)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCD S$ o podstawie $ABCD$. W trójkącie równoramiennym ASC stosunek długości podstawy do długości ramienia jest równy $|AC| : |AS| = 6 : 5$. Oblicz sinus kąta nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy.



This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	11.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 12. (3 pkt)

A, B są zdarzeniami losowymi zawartymi w Ω . Wykaż, że jeżeli $P(A) = 0,9$ i $P(B) = 0,7$, to $P(A \cap B') \leq 0,3$ (B' oznacza zdarzenie przeciwne do zdarzenia B).

Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	12.
	Maks. liczba pkt	3
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS



Miejsce na naklejkę
z nr PESEL

WYPEŁNIA EGZAMINATOR

Nr zad.	Punkty						
	0	1	2	3	4	5	6
1	☐	☐	☐	☐	☐		
2	☐	☐	☐	☐	☐		
3	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐		
5	☐	☐	☐	☐	☐		
6	☐	☐	☐	☐	☐		
7	☐	☐	☐	☐	☐		
8	☐	☐	☐	☐	☐		
9	☐	☐	☐	☐	☐		
10	☐	☐	☐	☐			
11	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
12	☐	☐	☐	☐			

--	--

D	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
J	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

--	--	--	--	--	--	--	--	--

KOD EGZAMINATORA

.....
Czytelny podpis egzaminatora

--	--	--

KOD ZDAJĄCEGO