

**Miejsce  
na naklejkę  
z kodem szkoły**

**CKE**

# **MATEMATYKA**

## **POZIOM ROZSZERZONY**

**MARZEC  
ROK 2008**

### **PRZYKŁADOWY ZESTAW ZADAŃ NR 2**

**Czas pracy 150 minut**

#### **Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 14 stron (zadania 1 – 11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie  
wszystkich zadań  
można otrzymać  
łącznie  
**50 punktów**

***Życzymy powodzenia!***

**Wypełnia zdający przed  
rozpoczęciem pracy**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

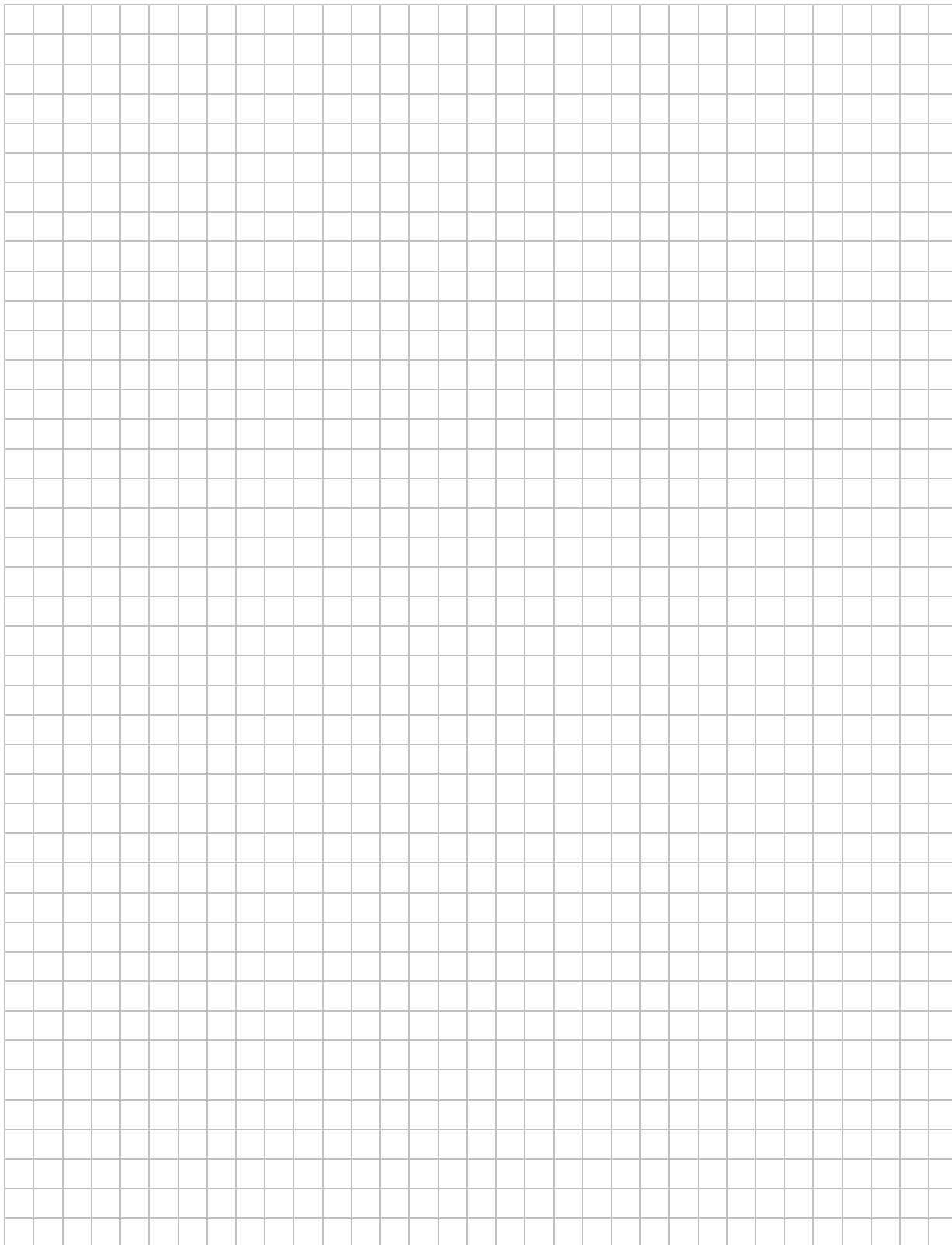
**PESEL ZDAJĄCEGO**

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  |  |  |
|--|--|--|--|

**KOD  
ZDAJĄCEGO**

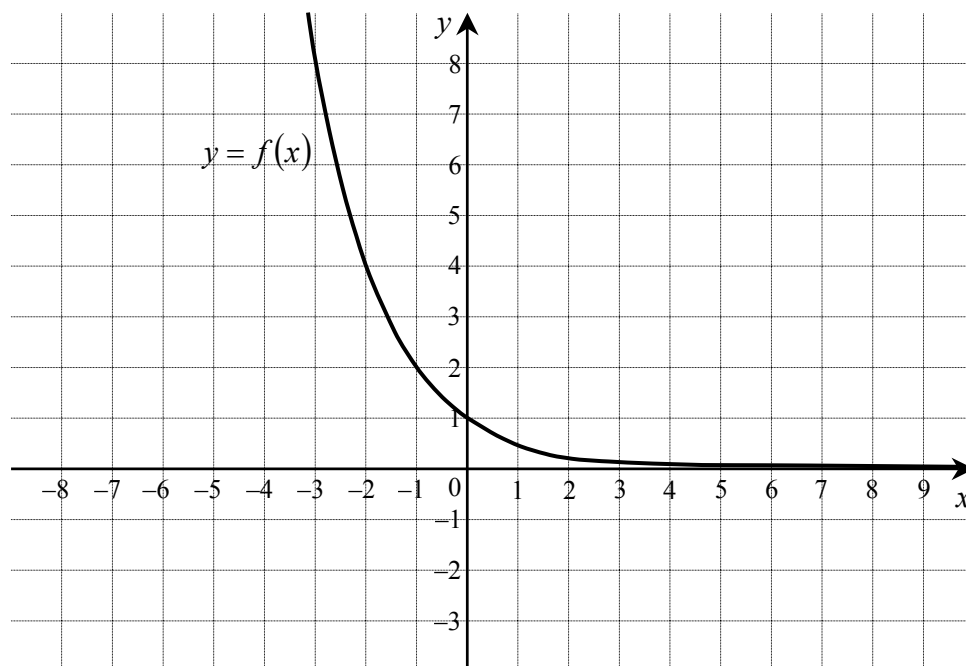
**Zadanie 1. (5 pkt)**

Suma trzech liczb rzeczywistych dodatnich jest równa 13. Druga liczba jest trzy razy większa od pierwszej. Wyznacz trzy liczby spełniające podane warunki tak, aby suma ich kwadratów była najmniejsza.

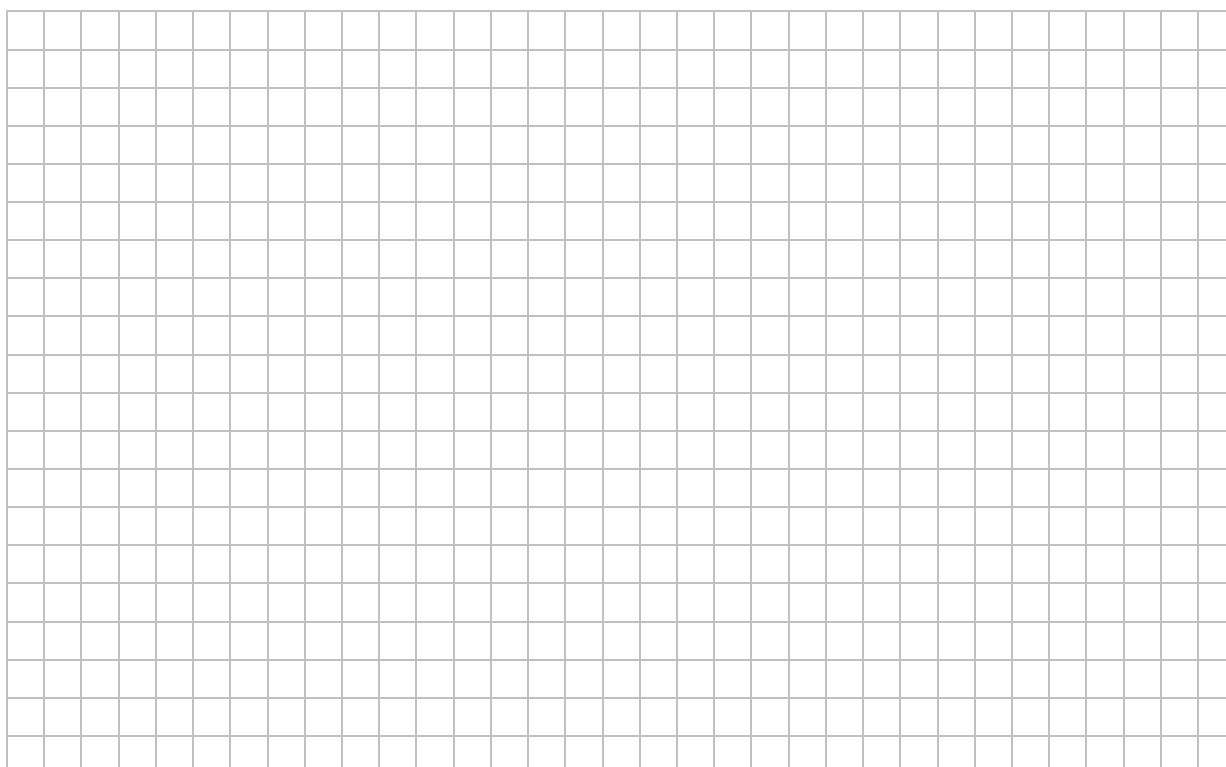


**Zadanie 2. (4pkt)**

Na rysunku przedstawiono wykres pewnej funkcji wykładniczej  $f(x) = a^x$  dla  $x \in \mathbb{R}$ :

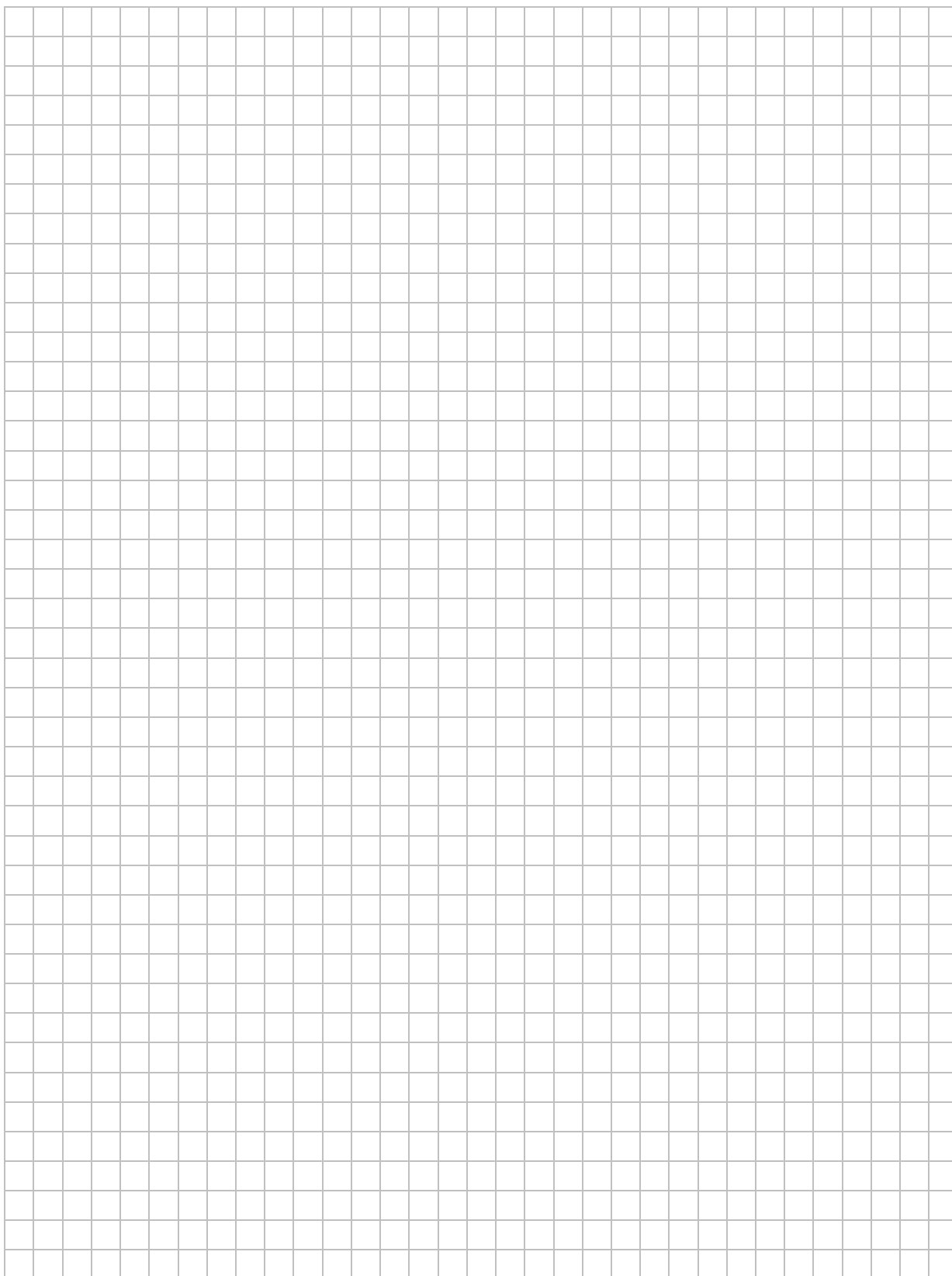


- Narysuj wykres funkcji  $g$ , który jest obrazem wykresu funkcji  $f$  w przesunięciu o wektor  $\vec{u} = [2, -1]$ .
- Wyznacz  $a$  i zapisz wzór funkcji  $g$  otrzymanej w wyniku tego przesunięcia.
- Odczytaj z wykresu zbiór wszystkich argumentów, dla których  $g(x) > 0$ .



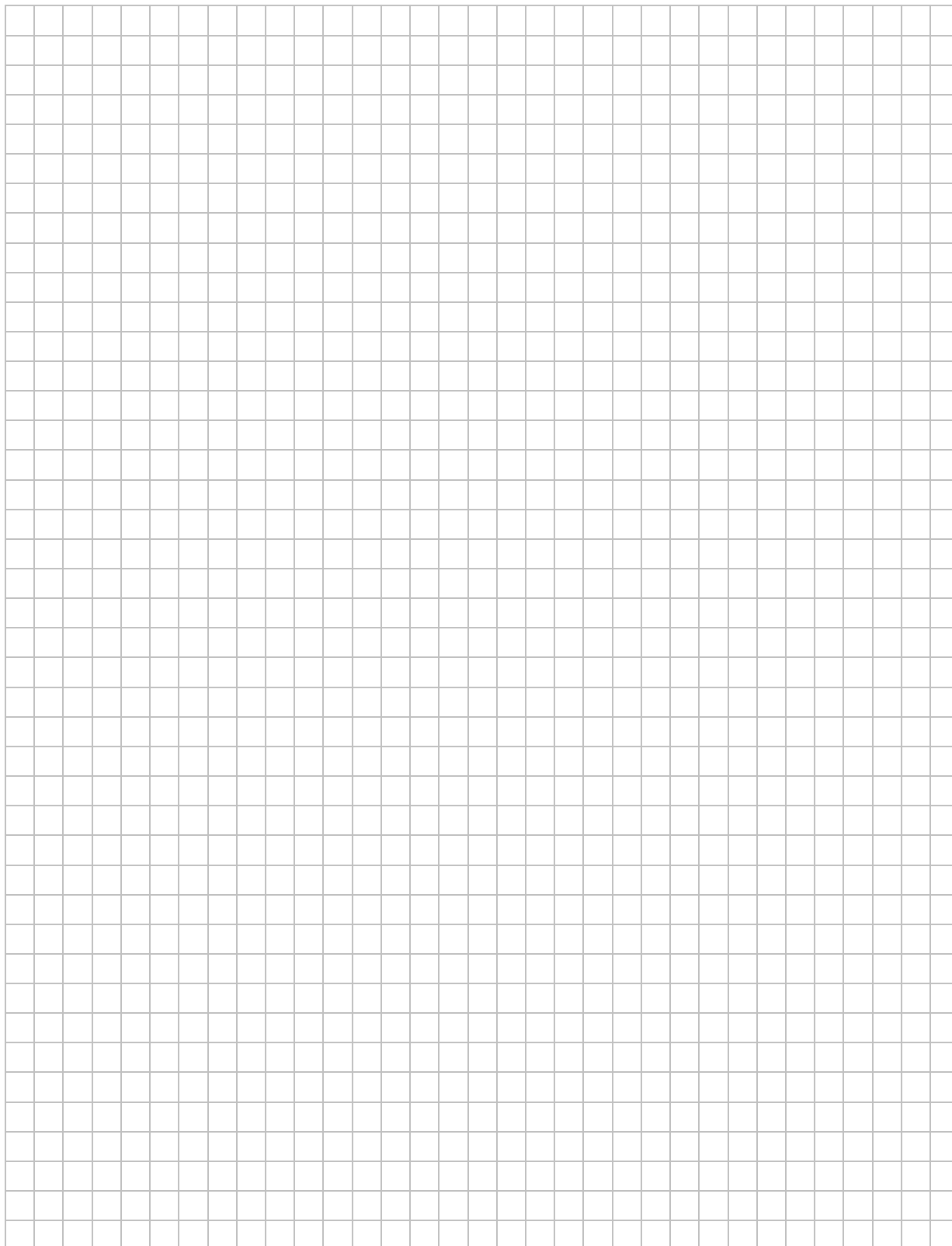
**Zadanie 3. (4 pkt)**

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których jedynym rozwiązaniem rzeczywistym równania  $x^3 + m^3x^2 - m^2x - 1 = 0$  jest liczba 1.



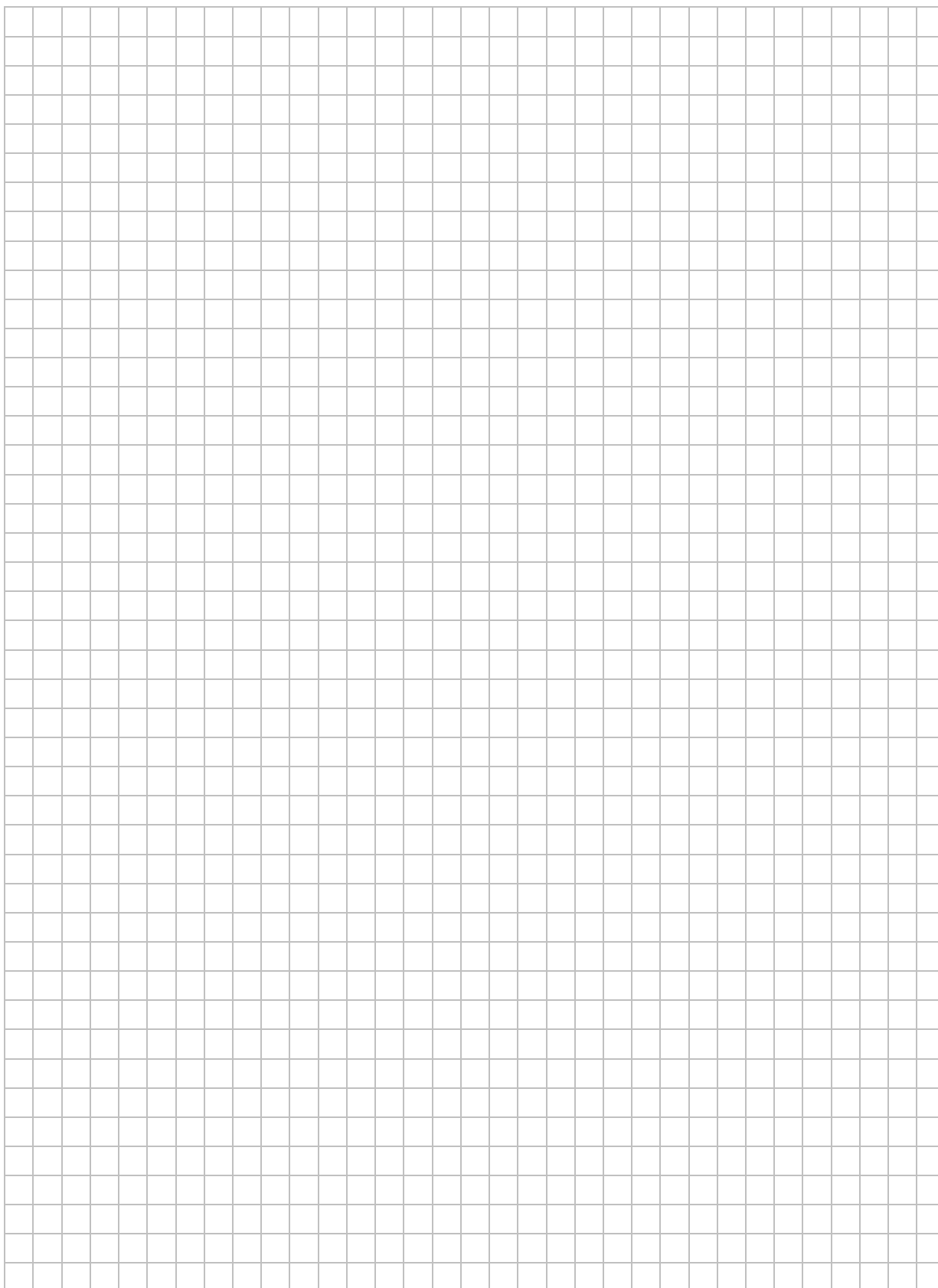
**Zadanie 4. (5 pkt)**

Wiadomo, że okrąg jest styczny do prostej o równaniu  $y = 2x - 3$  w punkcie  $A = (2, 1)$  i styczny do prostej o równaniu  $y = \frac{1}{2}x + 9$  w punkcie  $B = (-4, 7)$ . Oblicz promień tego okręgu.



**Zadanie 5. (3 pkt)**

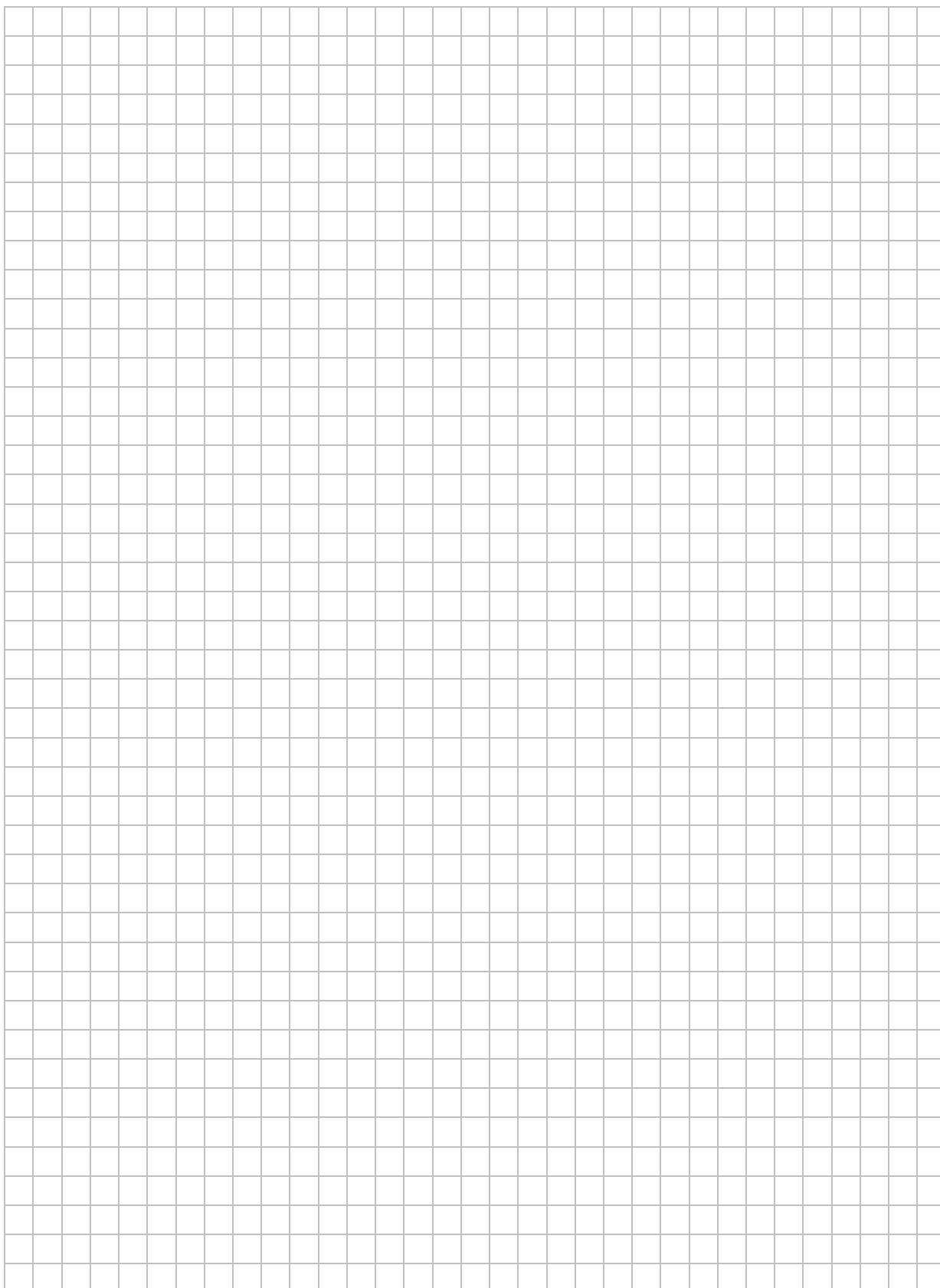
Narysuj wykres funkcji  $f(x) = |x - 1| + 3$  określonej dla  $x \in \mathbb{R}$ , a następnie na jego podstawie podaj liczbę rozwiązań równania  $f(x) = m$  w zależności od parametru  $m \in \mathbb{R}$ .





**Zadanie 7. (4 pkt)**

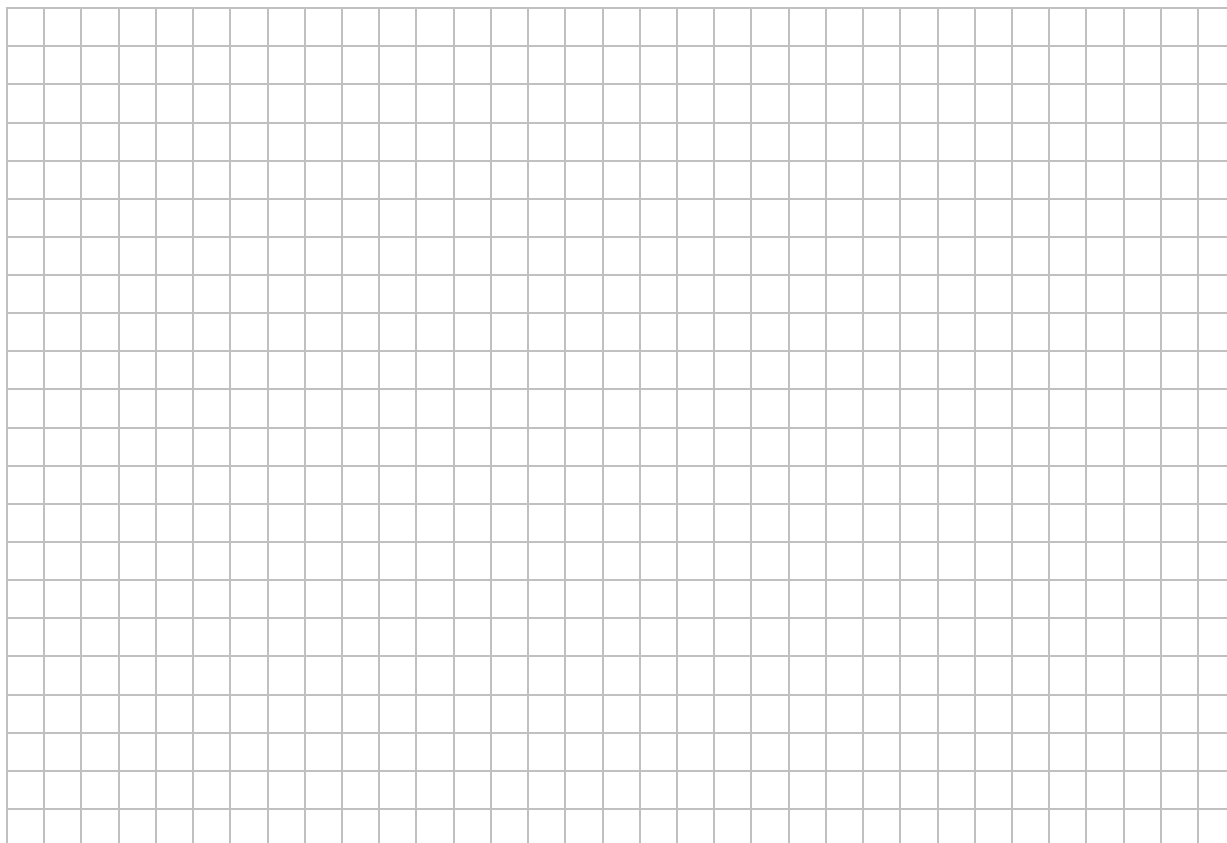
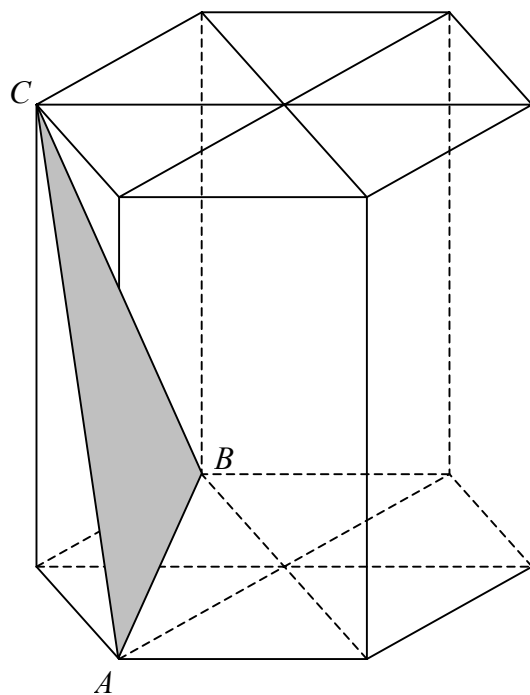
W czworokącie wypukłym  $ABCD$  dane są:  $|AB| = 2$ ,  $|BC| = \sqrt{3}$ ,  $|CD| = 3$ ,  $|DA| = 4$  i  $|\sphericalangle DAB| = 60^\circ$ . Oblicz pole tego czworokąta.





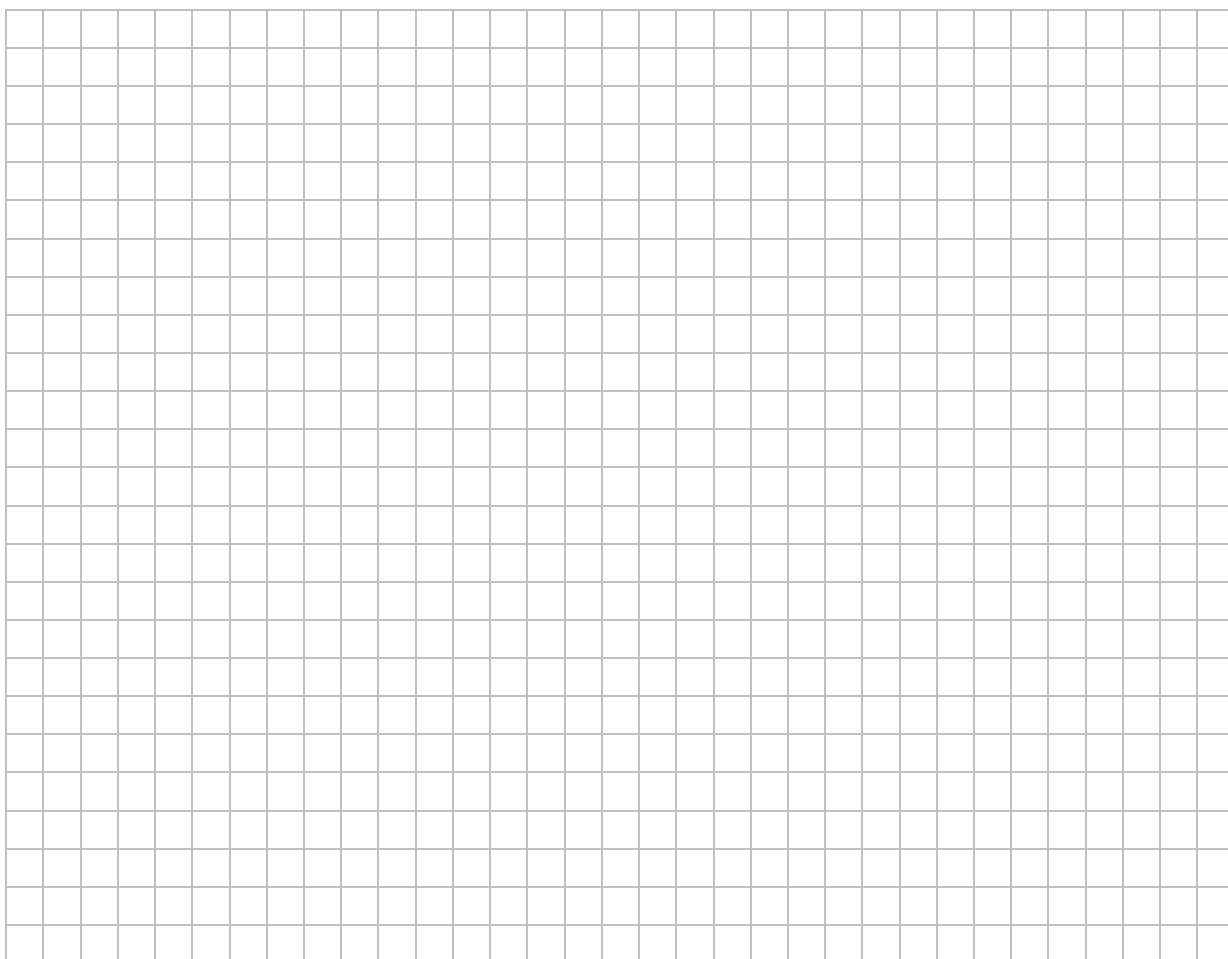
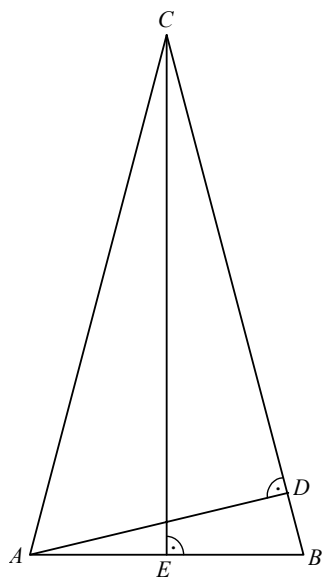
**Zadanie 8. (5 pkt)**

W graniastosłupie prawidłowym sześciokątnym płaszczyzna  $ABC$  zawierająca przekątne sąsiednich ścian bocznych, wychodzących z tego samego wierzchołka, jest nachylona do podstawy graniastosłupa pod kątem  $\alpha = 60^\circ$ . Pole przekroju graniastosłupa tą płaszczyzną równa się  $8\sqrt{3}$ . Zaznacz na poniższym rysunku kąt  $\alpha$ . Oblicz objętość tego graniastosłupa.



**Zadanie 9. (5 pkt)**

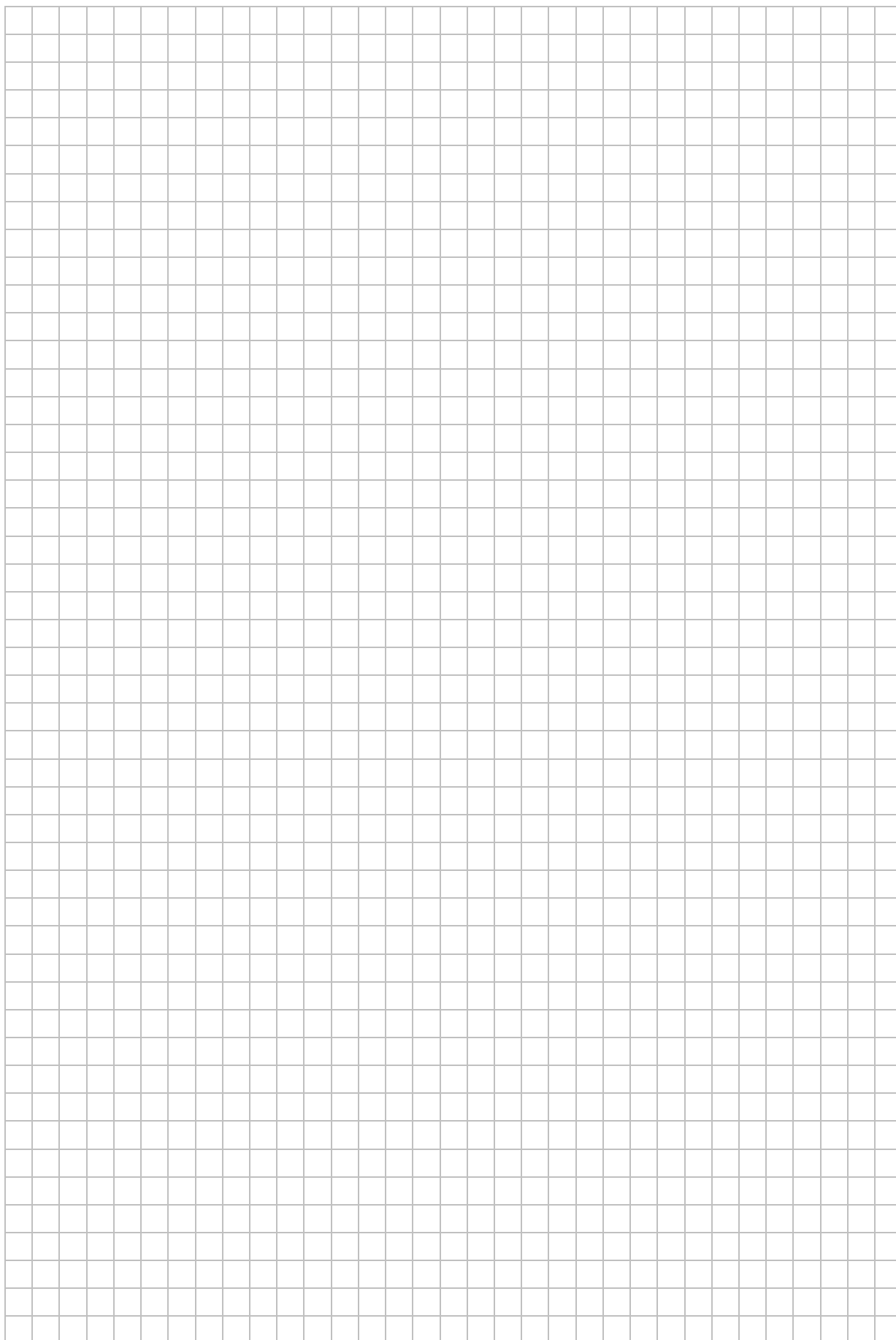
W trójkącie równoramiennym  $ABC$ , w którym  $|AC| = |BC|$  wysokość  $CE$  jest dwa razy dłuższa od wysokości  $AD$  (patrz rysunek). Oblicz kosinusy wszystkich kątów wewnętrznych trójkąta  $ABC$ .



*Przykładowy zestaw zadań nr 2 z matematyki*  
*Poziom rozszerzony*

---

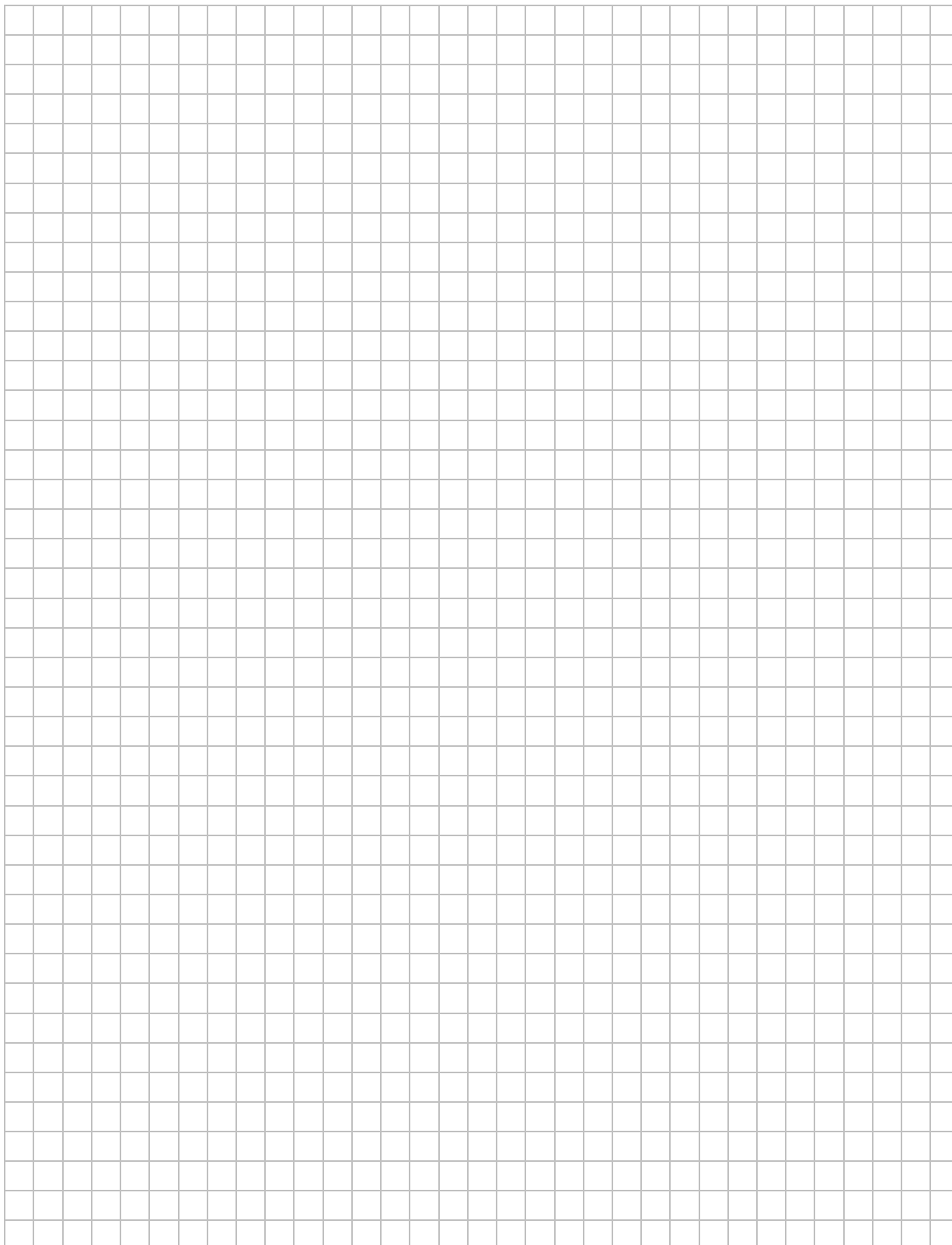
**11**



**Zadanie 10. (5 pkt)**

Ciąg geometryczny  $(a_n)$  jest określony wzorem  $a_n = 3^{1-n}$  dla  $n \geq 1$ .

- a) Oblicz iloraz tego ciągu.  
b) Oblicz  $\log_3 a_1 + \log_3 a_2 + \log_3 a_3 + \dots + \log_3 a_{100}$  czyli sumę logarytmów, o podstawie 3, stu początkowych, kolejnych wyrazów tego ciągu.

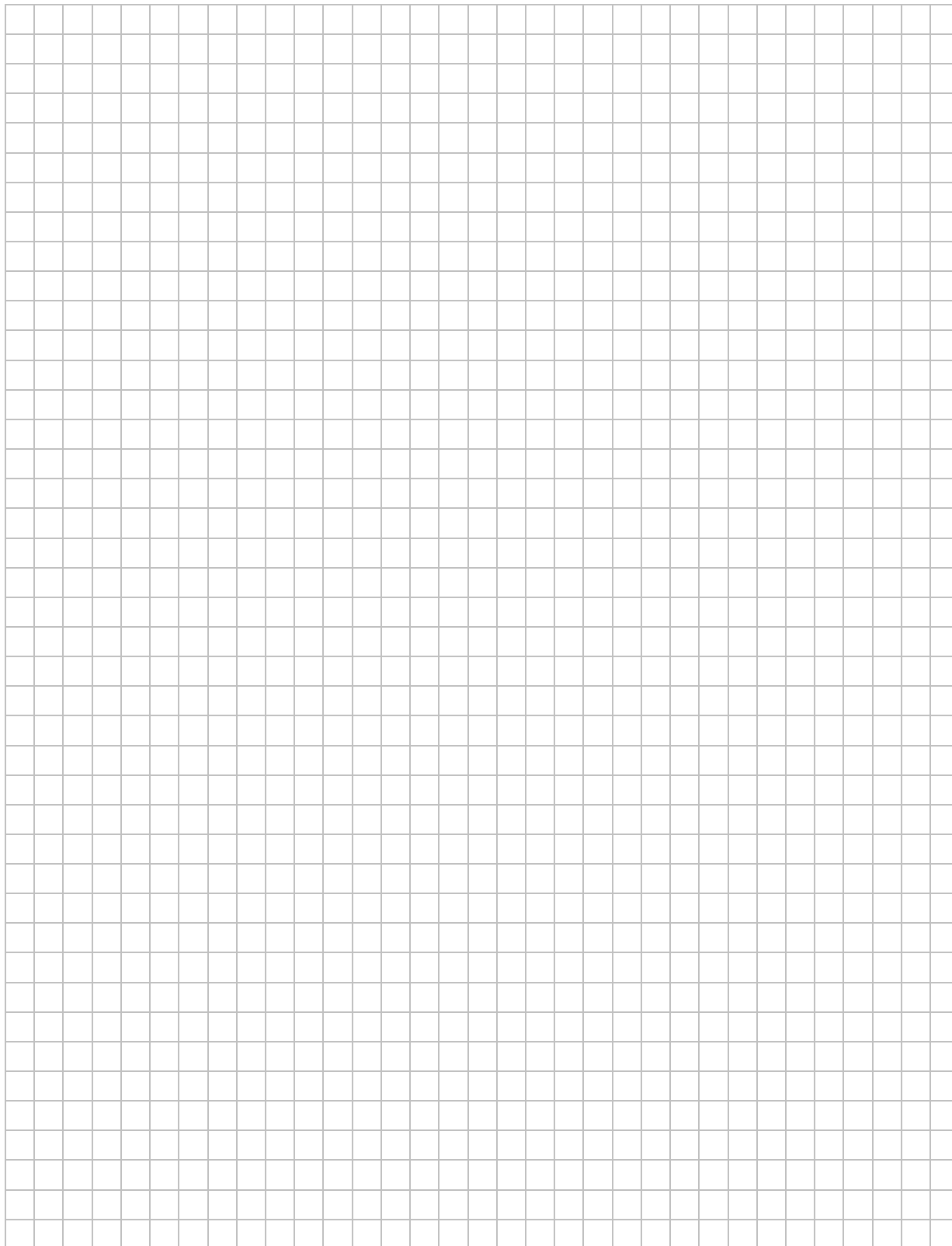


**Zadanie 11. (5 pkt)**

Rzucamy trzykrotnie symetryczną kostką sześcienną do gry. Oblicz prawdopodobieństwa następujących zdarzeń:

$A$  – na każdej kostce wypadnie nieparzysta liczba oczek,

$B$  – suma kwadratów liczb wyrzuconych oczek będzie podzielna przez 3.



## **BRUDNOPIS**