

Miejsce
na naklejkę
z kodem szkoły

dysleksja



MMA-R1_1P-072

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy 180 minut

MAJ
ROK 2007

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 15 stron (zadania 1 – 11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
9. Wypełnij tę część karty odpowiedzi, którą koduje zdający. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
10. Na karcie odpowiedzi wpisz swoją datę urodzenia i PESEL. Zamaluj ■ pola odpowiadające cyfrom numeru PESEL. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ⊗ i zaznacz właściwe.



Za rozwiązanie
wszystkich zadań
można otrzymać
łącznie
50 punktów

Życzymy powodzenia!

Wypełnia zdający
przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

--	--	--	--

KOD
ZDAJĄCEGO

Zadanie 1. (5 pkt)

Dana jest funkcja $f(x) = |x-1| - |x+2|$ dla $x \in \mathbb{R}$.

- Wyznacz zbiór wartości funkcji f dla $x \in (-\infty, -2)$.
- Naszkicuj wykres tej funkcji.
- Podaj jej miejsca zerowe.
- Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $f(x) = m$ nie ma rozwiązania.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	1.1.	1.2.	1.3.	1.4.	1.5.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt					

Zadanie 2. (5 pkt)

Rozwiąż nierówność: $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 1) + \log_{\frac{1}{3}}(5 - x) > \log_{\frac{1}{3}}(3(x + 1))$.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	2.1.	2.2.	2.3.	2.4.	2.5.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt					

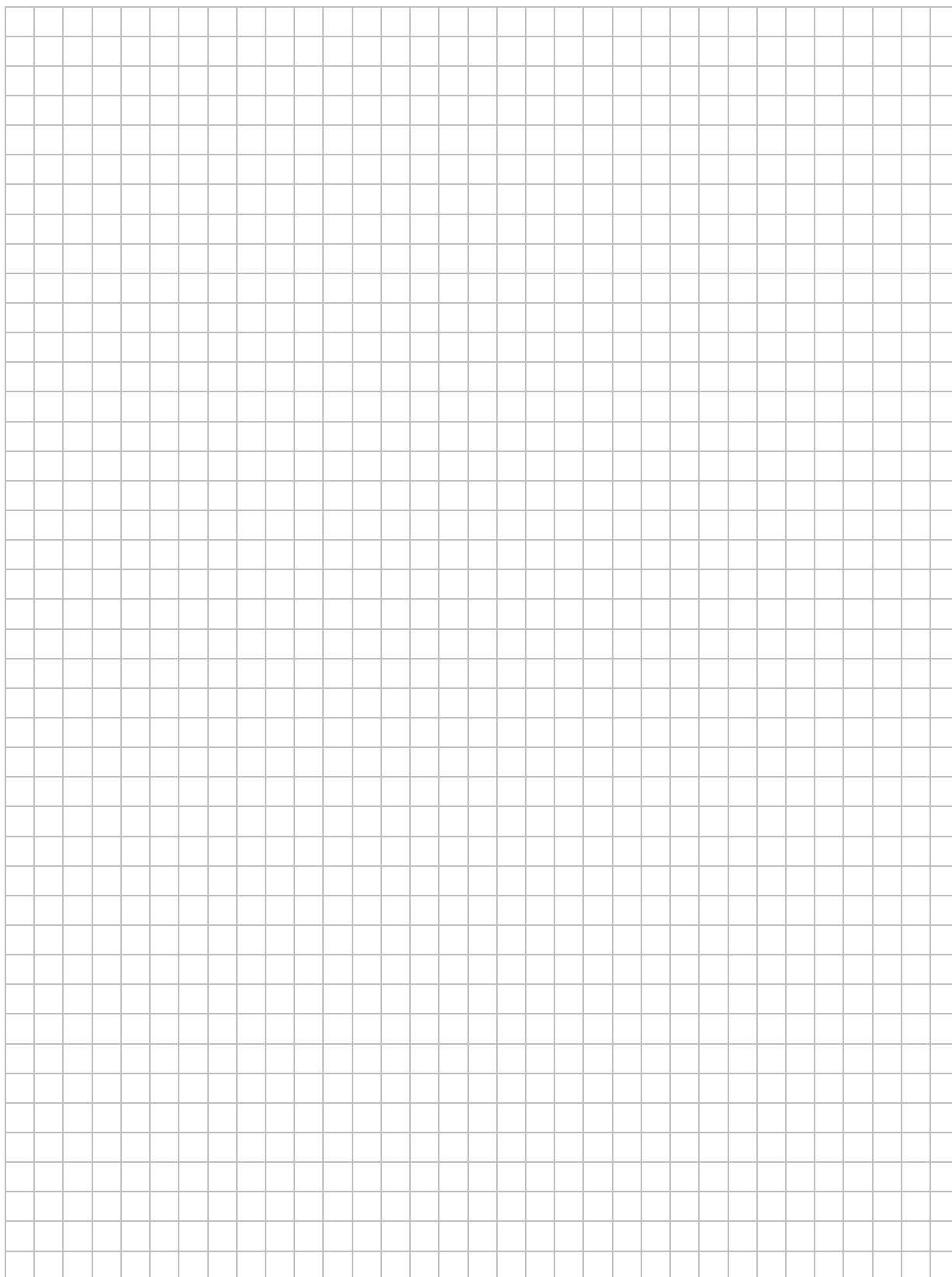
Zadanie 3. (5 pkt)

Kapsuła ładownika ma kształt stożka zakończonego w podstawie półkulą o tym samym promieniu co promień podstawy stożka. Wysokość stożka jest o 1 m większa niż promień półkuli. Objętość stożka stanowi $\frac{2}{3}$ objętości całej kapsuły. Oblicz objętość kapsuły ładownika.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	3.1.	3.2.	3.3.	3.4.	3.5.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt					

Zadanie 4. (3 pkt)

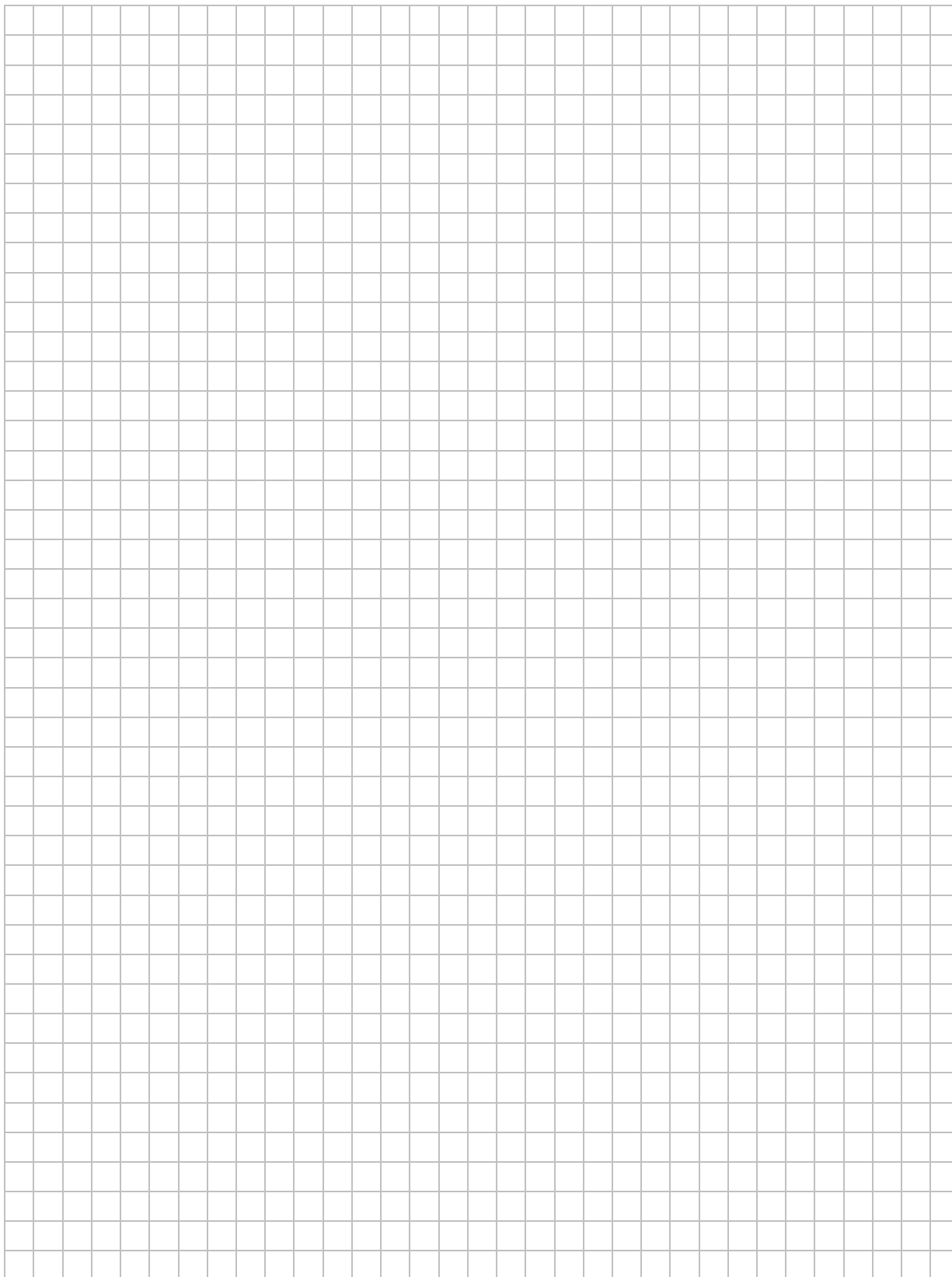
Dany jest trójkąt o bokach długości 1 , $\frac{3}{2}$, 2 . Oblicz cosinus i sinus kąta leżącego naprzeciw najkrótszego boku tego trójkąta.



Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	4.1.	4.2.	4.3.
	Maks. liczba pkt	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt			

Zadanie 5. (7 pkt)

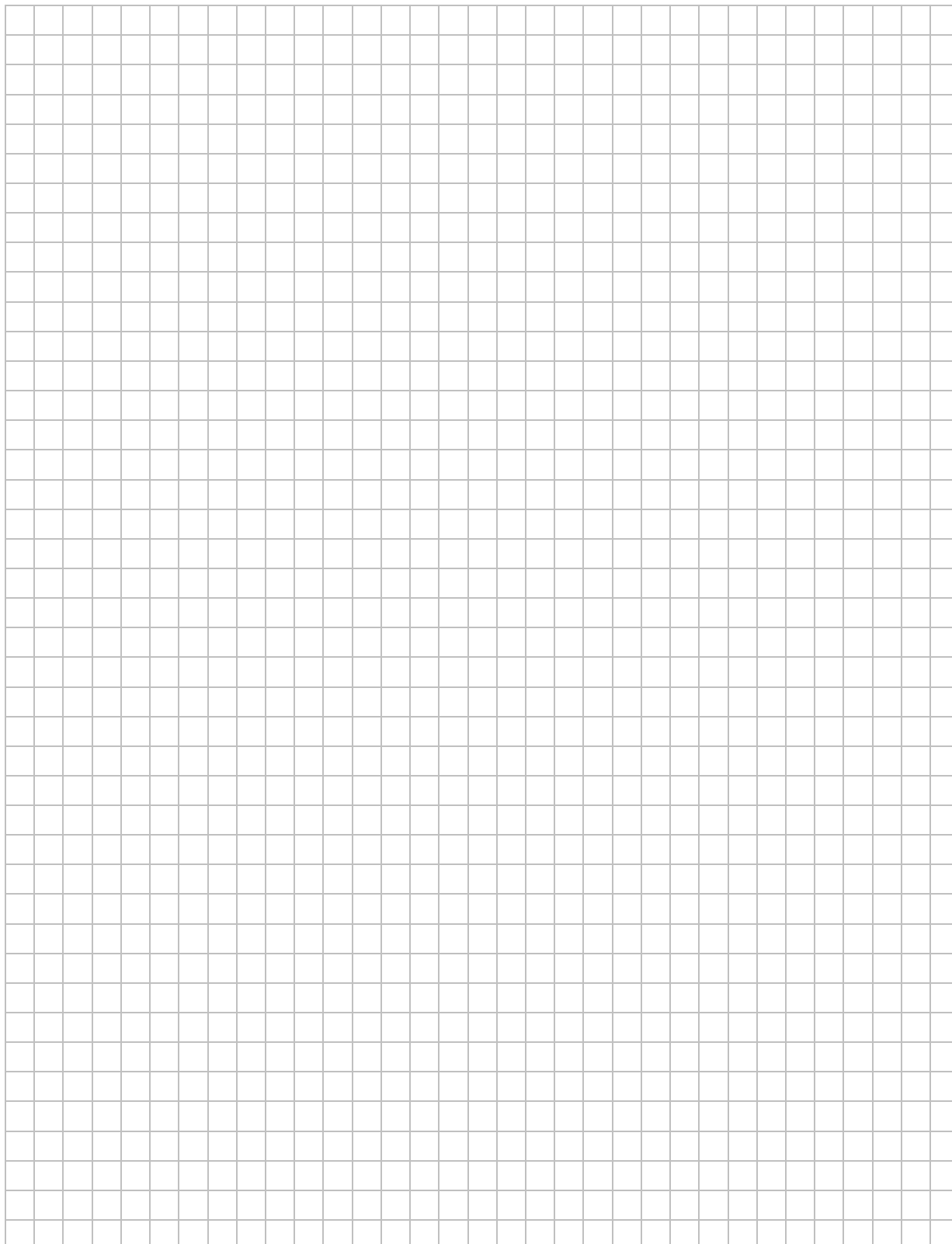
Wierzchołki trójkąta równobocznego ABC są punktami paraboli $y = -x^2 + 6x$. Punkt C jest jej wierzchołkiem, a bok AB jest równoległy do osi Ox . Sporządź rysunek w układzie współrzędnych i wyznacz współrzędne wierzchołków tego trójkąta.



Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	5.1.	5.2.	5.3.	5.4.	5.5.	5.6.	5.7.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt							

Zadanie 6. (4 pkt)

Niech A , B będą zdarzeniami o prawdopodobieństwach $P(A)$ i $P(B)$. Wykaż, że jeżeli $P(A) = 0,85$ i $P(B) = 0,75$, to prawdopodobieństwo warunkowe spełnia nierówność $P(A|B) \geq 0,8$.

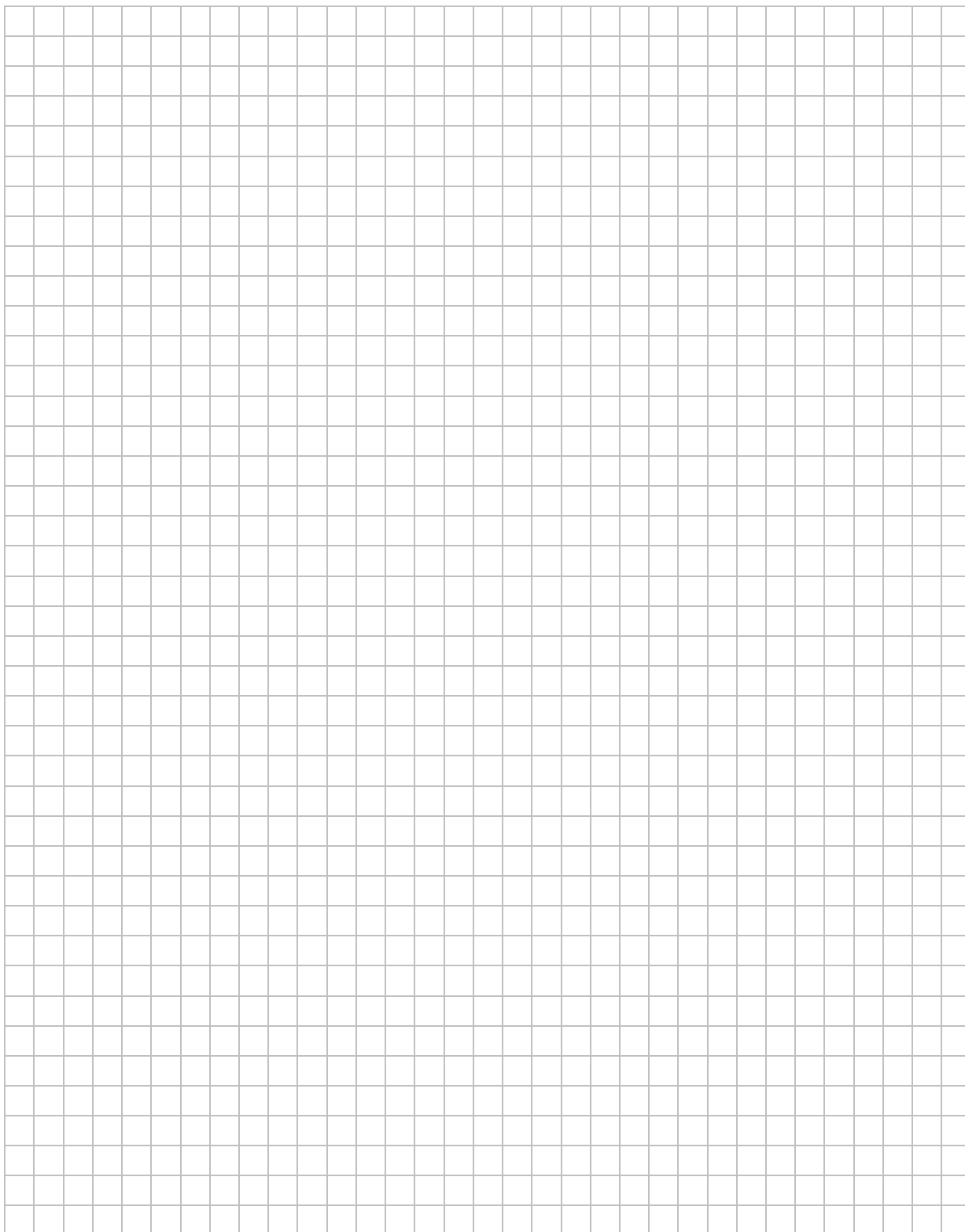


Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	6.1.	6.2.	6.3.	6.4.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

Zadanie 7. (7 pkt)

Dany jest układ równań:
$$\begin{cases} mx - y = 2 \\ x + my = m \end{cases}.$$

Dla każdej wartości parametru m wyznacz parę liczb (x, y) , która jest rozwiązaniem tego układu równań. Wyznacz najmniejszą wartość sumy $x + y$ dla $m \in \langle 2, 4 \rangle$.



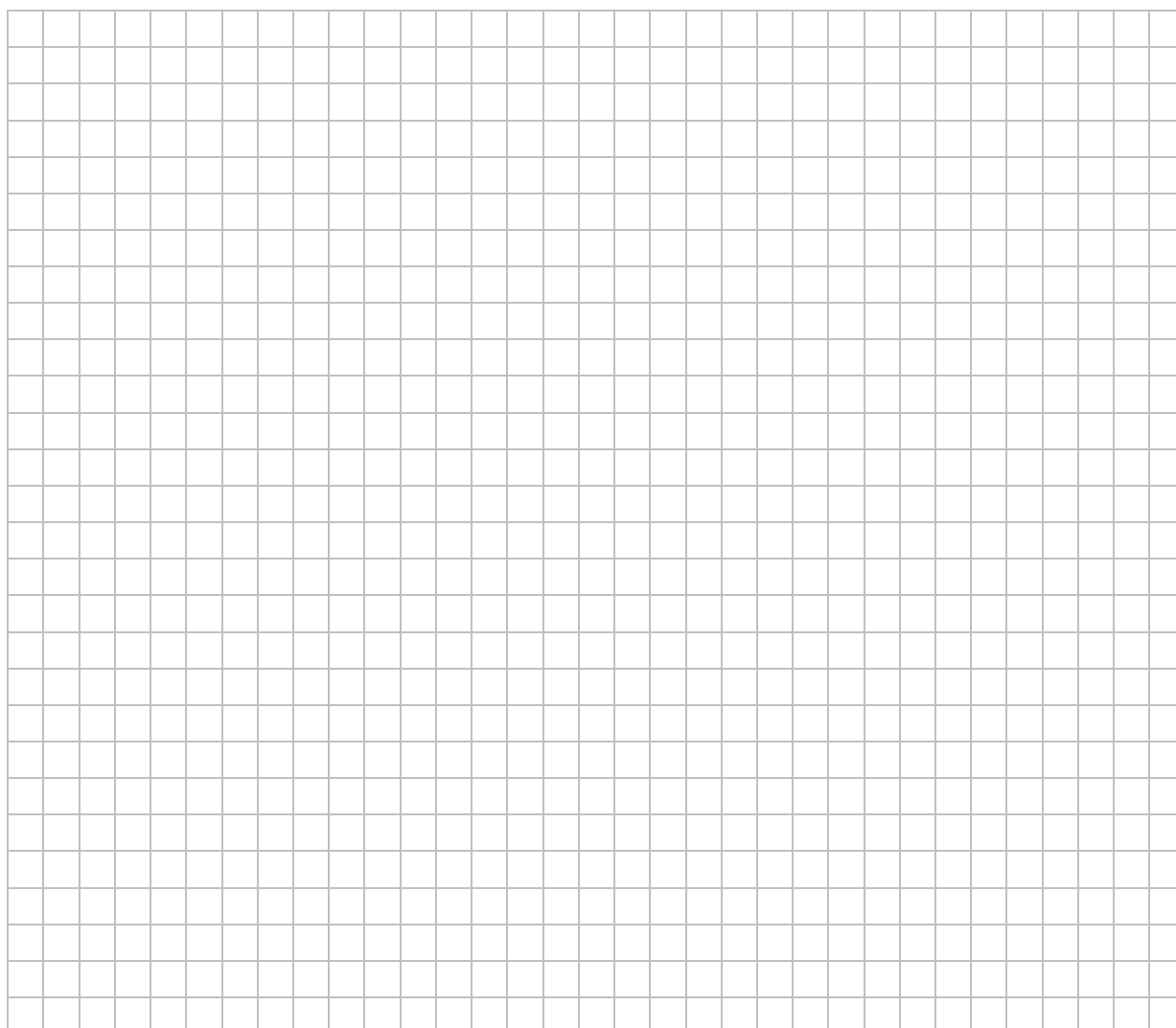
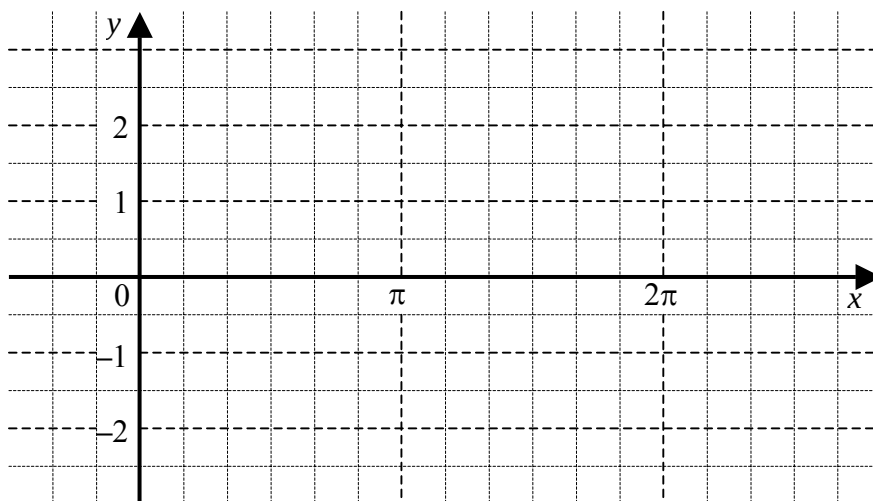
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	7.1.	7.2.	7.3.	7.4.	7.5.	7.6.	7.7.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt							

Zadanie 8. (3 pkt)

Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x) = \frac{\sin^2 x - |\sin x|}{\sin x}$ dla $x \in (0, \pi) \cup (\pi, 2\pi)$.

- Naszkicuj wykres funkcji f .
- Wyznacz miejsca zerowe funkcji f .



Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	8.1.	8.2.	8.3.
	Maks. liczba pkt	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt			

Zadanie 9. (3 pkt)

Przedstaw wielomian $W(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x - 1$ w postaci iloczynu dwóch wielomianów stopnia drugiego o współczynnikach całkowitych i takich, że współczynniki przy drugich potęgach są równe jeden.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	9.1.	9.2.	9.3.
	Maks. liczba pkt	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt			

Zadanie 10. (4 pkt)

Na kole opisany jest romb. Stosunek pola koła do pola rombu wynosi $\frac{\pi\sqrt{3}}{8}$. Wyznacz miarę kąta ostrego rombu.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	10.1.	10.2.	10.3.	10.4.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

Zadanie 11. (4 pkt)

Suma n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (a_n) wyraża się wzorem $S_n = 2n^2 + n$ dla $n \geq 1$.

a) Oblicz sumę 50 początkowych wyrazów tego ciągu o numerach parzystych:

$$a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{100}.$$

b) Oblicz $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{3n^2 - 2}$.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	11.1.	11.2.	11.3.	11.4.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

BRUDNOPIS